

**MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS I**

**ACTIVIDADES PARA ALUMNOS DE 2º DE BACHILLERATO QUE TIENEN PENDIENTE  
MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CCSS I**

1. Determine los dominios de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$

b)  $g(x) = \ln \frac{4x-5}{2x+6}$

c)  $h(x) = \sqrt{\frac{6-2x}{2x+3}}$

2. Represente la función

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 - 8x - 14 & \text{si } x \leq -3 \\ \frac{x+1}{2} & \text{si } -3 < x \leq 3 \\ \frac{2x-7}{x-3} & \text{si } x > 3 \end{cases}$$

3. Dadas las funciones

$f(x) = \frac{2x+7}{x-3}$

$g(x) = \sqrt{2x+5}$

$h(x) = 3-4x$

se pide:

a)  $h-f$

c)  $f \circ h$

e)  $f^{-1}$

b)  $\text{Dom}(f+g)$

d)  $g(f(a))$

f)  $\text{Rec}(f)$

4. Determine el dominio y el recorrido de la función  $f$  dada por la gráfica adjunta, sus puntos de intersección con los ejes, el signo de la función y los intervalos de crecimiento y decrecimiento.

Dibuje la gráfica de la función  $g$  en los siguientes casos:

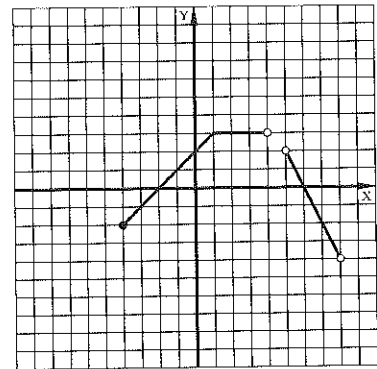
a)  $g(x) = f(x+3)$

d)  $g(x) = -f(x)$

b)  $g(x) = f(-x)$

e)  $g(x) = f(x)-2$

c)  $g(x) = |f(x)|$



5. Determine los dominios de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \ln \frac{2x+3}{6-2x}$

b)  $g(x) = \ln(25-x^2)$

c)  $h(x) = \frac{x-3}{4x^2-28x}$

d)  $v(x) = \sqrt{x^2-16}$

6. Represente la función

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+3} + 1 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{8-x}{2} & \text{si } -2 < x < 4 \\ -x^2 + 12x - 28 & \text{si } x \geq 4 \end{cases}$$

7. Dadas las funciones

$f(x) = \frac{5-2x}{x^2-1}$

$g(x) = \frac{x-3}{x-1}$

$h(x) = \frac{3x+4}{2}$

$u(x) = 2^{x+3} + 1$

se pide:

a)  $f-g$

b)  $g \circ h$

c)  $u^{-1}$

d)  $(h \circ f)\left(\frac{1}{2}\right)$

8. Estudie las asíntotas de la función  $f(x) = \frac{2x^2+2}{x-3}$ .

9. Calcule los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-9x+10}{3x^2-7x+2}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{1-\sqrt{2x+5}}{x+2}$

c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \sqrt{4x^2+x} - \sqrt{4x^2-5x} \right)$

10. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-2x-5}{x-3} & \text{si } x < -3 \\ -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2} & \text{si } -3 \leq x < 1 \\ -x^2 + 6x - 7 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

se pide:

- a) Estudio analítico de la continuidad.  
b) Gráfica de  $f$ .
11. Determine el valor de  $a$  para que la función  $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} & \text{si } x \leq -2 \\ ax-2 & \text{si } x > -2 \end{cases}$  sea continua.
12. Dada la función  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ , se pide:  
a) Ecuación de la recta tangente a  $f$  en el punto de abscisa  $x = -2$ .  
b) Determine las coordenadas del punto en el que la recta tangente a  $f$  es paralela a la recta  $3x + y - 2 = 0$  y halla su ecuación.
13. Estudie la monotonía y los extremos de la función  $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 9x$ .
14. Obtenga la función derivada de la función  $f$  en los siguientes casos:  
a)  $f(x) = (4x^2 - 3)^3$       c)  $f(x) = 3x^2 \cdot e^{x^2}$       e)  $f(x) = \operatorname{sen} x \cdot \cos x$   
b)  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$       d)  $f(x) = \frac{x-1}{2^x}$       f)  $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{e^x}$
15. Estudie la derivabilidad de la función  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 2x^2 + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ -x^2 + 7x - 7 & \text{si } x > 2 \end{cases}$ .
16. Calcule el valor de  $a$  para que la función  $f(x) = ax^3 - 2x^2 + 3x$  tenga un extremo local en el punto de abscisa  $x = 3$ . Analice el tipo de extremo.
17. Estudie el dominio, asíntotas, monotonía y extremos de la función  $f(x) = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ .
18. Determine los dominios de las siguientes funciones:  
a)  $f(x) = \frac{x-4}{x^3 - x^2 - 6x}$       b)  $g(x) = \sqrt{\frac{3x+12}{2x-3}}$       c)  $h(x) = \sqrt{18+9x-2x^2}$
19. Dadas las funciones  $f(x) = \frac{3x+12}{2x-3}$  y  $g(x) = \frac{4}{x}$ , se pide:  
a)  $g - f$       c)  $f^{-1}$  (inversa de  $f$  respecto de la composición)  
b)  $f \circ g$  ( $g$  compuesta con  $f$ )      d)  $(g \circ f)(5)$
20. Calcule los siguientes límites:  
a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 1}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 - \sqrt{x+4}}{x}$       c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{x+2}$       d)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - \sqrt{x^2 + 4x - 1}\right)$
21. Estudia las asíntotas de la función  $f$  en los siguientes casos:  
a)  $f(x) = \frac{2x+5}{3-x}$       b)  $f(x) = \frac{x^2+2}{x-1}$       c)  $f(x) = \frac{x^2+5x-3}{x^2+x-2}$       d)  $f(x) = \frac{x^2}{4-x^2}$
22. Halla la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función  $f(x) = x^3 - 2x^2$  en el punto de abscisa  $x = -1$ .
23. Calcula la función derivada de las siguientes funciones:  
a)  $f(x) = L\sqrt{x^2 - 1}$       b)  $f(x) = \left(\frac{x}{x-1}\right)^2$       c)  $f(x) = \frac{x}{2^x}$       d)  $f(x) = 3x^2 \cdot \sqrt{x^2 - 1}$

24. Estudia el dominio, asíntotas, monotonía y extremos de la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ .
25. Calcula en qué punto la recta tangente a la curva de la función  $f(x) = (2x - 1)^2 + 5$  es paralela a la recta de ecuación  $y = 2x + 5$ . Después escribe las ecuaciones de la recta tangente y normal a la gráfica en dicho punto.
26. Determina los valores de los parámetros  $a$  y  $b$  para que la función  $f(x) = -x^3 + ax^2 + bx$  tenga un extremo local en el punto  $(-1, -5)$ .
27. Estudia la monotonía y los extremos de la función  $f(x) = \frac{x^4 - 8x^3 + 16x^2}{8}$ .

28. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 8x - 13 & \text{si } x \leq -2 \\ \frac{1}{2}x - 2 & \text{si } -2 < x < 2, \text{ se pide:} \\ x^2 - 6x + 7 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

- a) Estudio analítico de la continuidad.  
b) Gráfica de  $f$ .

29. Dada la función  $f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{si } x < -1 \\ 3 - x^2 & \text{si } -1 < x \leq 2, \text{ se pide:} \\ -x + 3 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

- a) Estudio analítico de la continuidad.  
b) Representación gráfica.

30. Estudia los siguientes límites:

a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{2x^2 - x - 3}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{3}}$       c)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{2x + 3}{2x - 1} \right)^{5-x}$

31. Dadas las funciones  $f(x) = \frac{5 - 2x}{x^2 - 1}$  y  $g(x) = \frac{4x - 3}{2x - 1}$ , se pide:

a)  $g - f$       b)  $g \circ h$       c)  $g^{-1}$       d)  $(g \circ f)\left(\frac{1}{2}\right)$

32. Halla la derivada de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5$       c)  $h(x) = \sqrt{x} + e^x \cdot x^4$       e)  $j(x) = 7x \cdot (x + \cos x)$       g)  $l(x) = (x^4 - 2x + 6)^3$   
b)  $g(x) = (x^2 + 1)^3 \cdot 2^x$       d)  $i(x) = \frac{x + 2}{x^2 - 1}$       f)  $k(x) = \frac{x^2 \cdot \ln x}{e^x}$       h)  $m(x) = \sqrt{4x} \cdot \operatorname{sen} x$

33. Estudia si la función  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ -x^2 + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$  es derivable.

34. Estudia el crecimiento y decrecimiento de la función  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 15$ . Halla sus extremos.

35. Esboza la gráfica de la función  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ , estudiando su dominio, asíntotas, puntos de intersección con los ejes, monotonía y extremos relativos:

36. La gráfica de la función  $f(x) = x^2 + bx + c$  pasa por el punto  $P(-2, 1)$  y alcanza un extremo relativo en el punto de abscisa  $x = -3$ . Determina los valores de  $b$  y  $c$ .

37. Calcula la función inversa correspondiente a cada una de las siguientes funciones:

a)  $f(x) = \frac{2x - 1}{1 - x}$       b)  $g(x) = \sqrt{x + 3}$       c)  $h(x) = \log_3(x + 5) - 2$

38. ¿Cuál es la ecuación de una parábola que pasa por el punto  $(0, 9)$  y en el punto  $(2, 9)$  tiene como recta tangente  $y - 6x + 3 = 0$ ?

39. Cierta tipo de bengala permanece encendida un tiempo de 4 minutos. Se ha comprobado que el porcentaje de luminosidad que produce viene dado por la siguiente función, considerando el tiempo en minutos.

$$f(t) = 100t - 25t^2 \quad \text{con } t \in [0, 4]$$

- a) ¿Para qué valor de  $t$  se obtiene el porcentaje de luminosidad máximo?  
 b) ¿En qué intervalo de tiempo decrece el porcentaje de luminosidad?  
 c) ¿Para qué valores de  $t$  el porcentaje de luminosidad es del 75%?
40. Halla el dominio de las siguientes funciones:
- a)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x-2}$       b)  $g(x) = 2x + \sqrt{x-1}$       c)  $h(x) = \log(x^2-4)$
41. Realiza las siguientes operaciones de funciones, indicando sus respectivos dominios:
- a) Siendo  $f(x) = x+2$  y  $g(x) = \frac{1}{x}$ , calcula  $(f+g)(x)$ .  
 b) Siendo  $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$  y  $g(x) = \frac{x-3}{x+1}$ , calcula  $(f \cdot g)(x)$ .  
 c) Siendo  $f(x) = x^2+1$  y  $g(x) = \sqrt{x-2}$ , calcula  $(f \circ g)(x)$ .  
 d) Siendo  $f(x) = \frac{3}{x-1}$  y  $g(x) = x^2$ , calcula  $(g \circ f)(x)$ .
42. Dada la función  $f(x) = 2^x$ , indica que transformación sufre en cada una de las siguientes funciones (realiza un esbozo de las gráficas):
- a)  $f(x-3)$       b)  $f(x)+4$       c)  $f(-x)$       d)  $-f(x)$
43. Representa gráficamente las siguientes funciones:
- a)  $f(x) = -2x^2 + 8x - 10$       b)  $g(x) = \frac{2}{x-2}$       c)  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x + 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 3x & \text{si } x > 3 \end{cases}$
44. Calcula los siguientes límites:
- a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{3x^2+2} - \sqrt{3x^2-5x})$       b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + 3x^2 - x}{x^2 - x}$       c)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2x+6}}{x+2}$
45. Estudia la continuidad de las siguientes funciones, clasificando las discontinuidades:
- a)  $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 5 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x + 3 & \text{si } 1 < x < 3 \\ 3x & \text{si } x > 3 \end{cases}$       b)  $f(x) = \frac{x-1}{x^2-4x+3}$       c)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2+2x+1}{x^2-x-2} & \text{si } x \leq 3 \\ 4 & \text{si } x > 3 \end{cases}$
46. Dadas las funciones:  $f(x) = x^2 - 3x$ ,  $g(x) = \sqrt{1-x}$  y  $h(x) = \frac{2}{x}$ , realiza las siguientes operaciones:
- a)  $(f+g)(x)$       b)  $(f \circ g)(x)$       c)  $(h \circ f)(x)$       d)  $g^{-1}(x)$
47. Contesta sólo lo que se te pide en cada apartado:
- a) Estudia la simetría de  $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ .  
 b) Halla los puntos de corte con los ejes de  $g(x) = \frac{3x+4}{x^2-1}$ .  
 c) Halla la inversa de  $h(x) = 2^{x+3} - 5$ .
48. Sea la función  $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$ . Se pide:
- a) Encuentra los máximos y mínimos relativos de la función.  
 b) Determina las ecuaciones de sus asíntotas y la posición de la curva respecto de ellas.  
 c) Construye un esbozo de la gráfica de la función.