1º BACHILLERATO DE CIENCIAS DE LA NATURALEZA Y DE LA SALUD

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

NÚMEROS REALES

1) ¿Qué errores absoluto y relativo se cometen al elegir como valor de 1/11 la expresión decimal 0,09?.

2) Si tomas como valor de $\sqrt{11}$ la aproximación 3,316, ¿qué errores absoluto y relativo has cometido?.

3) Encuentra aproximaciones sucesivas de $\sqrt{7}$, de forma que en la primera el error absoluto cometido sea menor que una décima y en la última sea menor que una centésima.

4) Calcula el valor de "x" en las siguientes expresiones:

a) $\log_2 \frac{1}{16} = x$; b) $\log_x 125 = 3$; c) $\log_3 x = 4$

5) Sabiendo que log a = 3 y log b = 5. Calcula:

a) $\log a \cdot b$ b) $\log a/b$ c) $\log a^b$ d) $\log \sqrt{a}$ e) $\log_a b$ f) $\log \sqrt{\frac{a^2 \cdot b^3}{100}}$

6) Define mediante conjuntos y representa :

a) $E^*\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ b) $\left[-1, \frac{5}{2}\right)$ c) $E^*\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$ d) $E^-\left(-\sqrt{2}, 2\sqrt{2}\right)$

7) Representa mediante un intervalo los puntos x tales que:

a) $0 < x + 8 < 4$ b) $0 < \frac{x}{2} \le 3$ c) $1 \le 2x < \infty$ d) $-\infty < \frac{x+3}{2} < \infty$

8) Indica si los conjuntos del ejercicio anterior están acotados y halla cuando existan, el ínfimo, el supremo, sus máximos y mínimos.

ECUACIONES - SISTEMAS - INECUACIONES

9) Resuelve por el método de Gauss los siguientes sistemas:

a) $\left.\begin{array}{r} x+3y-2z=4 \\ 2x+2y+z=3 \\ 3x+2y+z=5 \end{array}\right\}$ b) $\left.\begin{array}{r} 3x+2y-z=3 \\ x+y-2z=-5 \\ 2x+y+3z=16 \end{array}\right\}$ c) $\left.\begin{array}{r} x-2y-3z=3 \\ 2x-y-4z=7 \\ 3x-3y-5z=8 \end{array}\right\}$

10) Se dispone de un recipiente de 24 l. de capacidad y de tres medidas a,b y c. Se sabe que el volumen de a es el doble que el de b, que las tres medidas llenan el depósito y que las dos primeras lo llenan hasta la mitad. ¿Qué capacidad tiene cada medida?.

11) Hallar un número de tres cifras , sabiendo que suman 9, que si al número buscado se le resta el que resulta de invertir el orden de sus cifras, la diferencia es 198; y que además la cifra de las decenas es media aritmética de las otras dos.

12) Una madre y sus dos hijos tienen en total 60 años; el hijo mayor tiene tres veces la edad del menor, y la madre tiene el doble de la suma de las edades de sus hijos. Calcula las edades de cada uno de ellos.

13) Los perímetros de las caras de un ortoedro son 54, 80 y 98 cm. respectivamente, calcula el área total y el volumen.

14) Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $2^x + 2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} = 480$ b) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} + 2^{x-4} = 960$

c) $5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$ d) $5^{2x} - 6 \cdot 5^x + 5 = 0$

e) $3^{2x+2} - 28 \cdot 3^x + 3 = 0$ f) $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$

15) Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $\log x + \log 50 = \log 100$ b) $\log x = 1 + \log (22-x)$

c) $2\log x - \log(x-16) = 2$ d) $\log x^3 = \log 6 + 2\log x$

e) $3\log x - \log 30 = \log (x^2/5)$ f) $\log 5x + \log x^2 = \log (x^4/2)$

16) Resuelve los siguientes sistemas:

a) $\begin{cases} x - y = 21 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2^x + 3^y = 7 \\ 2^{x+1} - 3^{y+1} = -1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} \log x + \log y = 2 + 2\log 2 \\ \sqrt{x} - \sqrt{y} = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \log x + \log y = 3 \\ 2\log x - 2\log y = -1 \end{cases}$ e) $\begin{cases} \log x + 3\log y = 5 \\ \log \dfrac{x^2}{y} = 3 \end{cases}$ f) $\begin{cases} \log(x \cdot y) = 5 \\ \log \dfrac{x}{y} = 1 \end{cases}$

17) Resuelve las siguientes inecuaciones:

a) $\dfrac{2x-4}{3} + \dfrac{3x+1}{3} < \dfrac{2x-5}{12}$ b) $\dfrac{x}{2} + \dfrac{x+1}{7} - x + 2 < 0$

c) $(x-1)^2 - (x+2)^2 + 3x^2 \leq -7x + 1$ d) $\dfrac{x+3}{x+1} \geq 2$ e) $\dfrac{x^2 + 8x + 12}{x^2 - 10x + 25} \geq 0$

f) $\dfrac{x(x-3)}{(x+1)(x+2)} \geq 0$

NÚMEROS COMPLEJOS

18) Calcula las siguientes operaciones con números complejos:
a) $(1+i)^2 : (4+i)$ b) $(i^5 + i^{-12})^3$ c) i^{544}

19) Halla el valor de x para que el cociente $(x+3i) : (3+2i)$ sea un número imaginario puro.

20) Determina un número complejo cuyo cuadrado sea igual a su conjugado.

21) Encuentra un complejo tal que sumándolo con 1/2 de otro complejo de módulo $\sqrt{3}$ y argumento 60º.

22) La suma de dos números complejos es 6, el móduilo del primero es $\sqrt{13}$ y el del segundo 5. Halla estos complejos su producto y su cociente.

23) El complejo de argumento 80º y módulo 12 es el producto de dos complejos; uno de ellos tiene de módulo 3 y argumento 50º; escribe en forma binómica el otro complejo.

24) Halla los complejos cuyo cubo coincida conincida con su conjugado.

25) Calcula con el Fórmula de Moivre cos2x y sen2x.

26) Escribe de todas las formas posibles los siguientes complejos:
a) $4+4\sqrt{3}\,i$ b) i c) 6_{225°

27) Calcula las siguientes raices :
a) $\sqrt[3]{-1}$ b) $\sqrt[4]{1+i}$ c) $\sqrt{-36}$ d) $\sqrt[3]{-27}$ e) $\sqrt[6]{729i}$ f) $\sqrt[4]{16(\cos 180^\circ + i\operatorname{sen} 180^\circ)}$
Si representas las n raices de un número complejo y unes los afijos de cada una de las raíces ¿qué figura obtienes?.

28) Halla todas las soluciones reales e imaginarias de las ecuaciones siguientes:
a) $z^2 - 2z + 2 = 0$ b) $z^3 + 1 = 0$ c) $z^3 - 2z^2 + 4z - 8 = 0$

29) Encuentra las ecuacioens de segundo grado cuyas raices son:
a) i y -i b) 1+i y 1-i c) 3+2i y 3 - 2i d) $\sqrt{2_{45^\circ}}$ y $\sqrt{2_{315^\circ}}$

30) ¿Qué significación geométrica tiene la multiplicación de un número complejo por i?. Razona la respuesta multiplicando el número complejo 1 + i, por i y representándolos después

GEOMETRÍA

TRIGONOMETRÍA

1) Expresa en radianes los siguientes ángulos dados en grados sexagesimales:
a) 45º b) 75º c) 105º d) 230º

2) Expresa en grados los siguientes ángulos expresados en radianes:
a) $3\pi/4$ b) $5\pi/3$ c) $3\pi/2$ d) $9\pi/10$ e) $4\pi/3$

3) Halla, sin utilizar calculadora, las siguientes razones trigonométricas:
a) sen 1500º b) sen 150º c) cosec 120º d) tg(-45º) e) tg(-495º) f) cosec 720º

4) Razona cuáles de las siguientes igualdades son ciertas y cuáles son falsas:
a) $\text{sen}\,(180^\circ - \alpha) = \cos\alpha$ b) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \text{sen}\,\alpha$ c) $\text{tg}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = c\,\text{tg}\,\alpha$
d) $\text{ctg}(90^\circ + \alpha) = -\text{tg}\,\alpha$ e) $\text{sen}(2\pi - \alpha) = \cos\alpha$ f) $\text{tg}\,(2\pi - \alpha) = -\text{tg}\,\alpha$

5) Verificar que se cumplen las siguientes igualdades:
a) $\text{tg}\,\alpha + \cot\alpha = \sec\alpha \cdot \cos ec\alpha$ b) $c\,\text{tg}^2\,\alpha - \cos^2\alpha = c\,\text{tg}^2\,\alpha \cdot \cos^2\alpha$
c) $\dfrac{\text{tg}\,\alpha + \text{tg}\,\beta}{c\,\text{tg}\,\alpha + c\,\text{tg}\,\beta} = \text{tg}\,\alpha \cdot \text{tg}\,\beta$ d) $\cot g\alpha - \dfrac{c\,\text{tg}^2\,\alpha - 1}{c\,\text{tg}\,\alpha} = \text{tg}\,\alpha$
e) $1 + \text{tg}\,\alpha + \text{tg}^2\,\alpha = \dfrac{\text{sen}^2\,\alpha + \text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha + \cos^2\alpha}{\cos^2\alpha}$
f) $\dfrac{\sec\alpha - \cos\alpha}{\cos ec\alpha - \text{sen}\,\alpha} = \text{tg}^3\,\alpha$ g) $\dfrac{1 - \text{sen}\,\alpha}{\cos\alpha} = \dfrac{\cos\alpha}{1 + \text{sen}\,\alpha}$

6) Simplificar las siguientes expresiones:
a) $\text{sen}^3\,\alpha + \text{sen}\,\alpha \cdot \cos^2\alpha$ b) $\cos^3\alpha + \cos^2\alpha \cdot \text{sen}\,\alpha + \cos\alpha \cdot \cos^2\alpha + \text{sen}^3\,\alpha$
c) $\dfrac{\cos^2\alpha - \text{sen}^2\,\alpha}{\cos^4\alpha - \text{sen}^4\,\alpha}$ d) $\text{sen}\,\alpha \cdot \cos\alpha\left(\text{tg}\,\alpha + \dfrac{1}{\text{tg}\,\alpha}\right)$

7) Calcular las razones trigonométricas restantes conocidas:
a) $\cos\alpha = \dfrac{4}{5}$ $0 \le \alpha \le 90^\circ$ b) $\text{sen}\,\alpha = \dfrac{3}{5}$ $90^\circ \le \alpha \le 180^\circ$
c) $\text{tg}\,\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ $0 \le \alpha \le 90^\circ$ c) $\cot g\alpha = -2$ $90^\circ \le \alpha \le 180^\circ$
d) $\sec\alpha = 1$ $\dfrac{3\pi}{2} \le \alpha \le 2\pi$ e) $\cos ec\alpha = -2$ $\pi \le \alpha \le \dfrac{3\pi}{2}$

8) Si sen 12º = 0,2 y sen 54º = 0,8. Calula sen 66º, cos 66º y tg 66º.

9) Determina las razones trigonométricas del ángulo 2a en los siguientes casos:
a) sen a = 1/4 b) cos a = 0,7 c) tg a = 1/8 d) sec a = 5/4

10) Expresa sen 3a en función de sen a.

11) Sabiendo que tg x = 2, calcula el valor de sen 4x.

12) Si $\operatorname{tg} 2\alpha = \sqrt{3}$, sabiendo que $\alpha < \frac{\pi}{2}$, halla $\operatorname{sen}\alpha$ y $\cos\alpha$.

13) Demuestra que se verifican las siguientes igualdades:

a) $\operatorname{tg}(45^\circ + a) - \operatorname{tg}(45^\circ - a) = 2\operatorname{tg} 2a$

b) $\dfrac{2\operatorname{sen} a}{\operatorname{tg} 2a} = \cos a - \dfrac{\operatorname{sen}^2 a}{\cos a}$

c) $\sec(a+b) = \dfrac{\sec a \cdot \sec b \cdot \operatorname{cosec} a \cdot \operatorname{cosec} b}{\operatorname{cosec} a \cdot \operatorname{cosec} b - \sec a \cdot \sec b}$

14) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) sen 3x = 1 b) cos 4x = -1 c) $\dfrac{\operatorname{tg} 2x}{\operatorname{sen} 2x} + 2 = 0$

15) Resuelve las siguientes ecuaciones:

a) $\operatorname{sen} x \cdot \cos x = 1/2$ b) $\cos x \cdot \operatorname{tg} x = 1/2$ c) $\operatorname{sen} 2x = \cos x$

d) $\sqrt{3}\operatorname{sen} x + \cos x = 1$ e) $\cos 2\pi + 5\cos x + 3 = 0$ f) $\operatorname{sen}\left(\dfrac{\pi}{4}\right) + 2x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

g) cos 4x - sen 2x = 0 h) (-3)senx + $\cos^2 x = 3$ i) cos2x + senx =0

16) Resuelve los siguientes sistemas dando las soluciones correspondientes al primer cuadrante:

a) $\begin{cases} \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 y = \dfrac{3}{4} \\ \cos^2 x - \operatorname{sen}^2 y = \dfrac{1}{4} \end{cases}$ b) $\begin{cases} \cos(x+y) = \dfrac{1}{2} \\ \operatorname{sen}(x-y) = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} \cos x \cdot \cos y = \dfrac{1}{2} \\ \operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y = 2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \cos x + \cos y = \dfrac{\sqrt{2}+1}{2} \\ \cos x - \cos y = \dfrac{\sqrt{2}-1}{2} \end{cases}$ e) $\begin{cases} \operatorname{sen} x \cdot \operatorname{sen} y = \dfrac{1}{4} \\ \cos x \cdot \cos y = \dfrac{3}{4} \end{cases}$ f) $\begin{cases} \operatorname{sen} x + \cos y = \sqrt{2} \\ x - y = \dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

17) Encuentra las soluciones de los siguientes sistemas en el intervalo $[0, 2\pi]$.

a) $\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = 1 \\ 2x + 2y = 180^\circ \end{cases}$ b) $\begin{cases} \operatorname{sen} x + \operatorname{sen} y = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2} \\ \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} y = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \end{cases}$ c) $\begin{cases} \operatorname{sen}^2 x + \cos^2 y = \dfrac{3}{4} \\ \operatorname{sen}^2 x - \cos^2 y = \dfrac{1}{4} \end{cases}$

VECTORES EN EL PLANO.

18) Halla x e y para que se cumplan las siguientes igualdades:
a) $3\cdot(x,2y)=(-1,5)$ b) $-2\cdot(-1,y)=6\cdot(x,x-y)$

19) Dí cuáles de las siguientes cuestiones son verdaderas o falsas, razonando la respuesta:

a) Dos vectores fijos que tienen el mismo módulo y la misma dirección pertenecen al mismo vector libre.
b) Sí tenemos dos vectores fijos y al unir sus origenes y extremos formamos un paralelogramo entonces pertenecen al mismo vector libre.
c) ¿Existe alguan base de V^2 formada por tres vectores?.
d) Dos vectores cualesquiera forman siempre una base de V^2.
e) Sí el producto escalar de dos vectores es cero se cumple que dichos vectores forman una base de V^2
f) Sí el producto escalar de dos vectores es distinto de cero se cumple que dichos vectores forman una base de V^2.

20) Sí $\vec{v}$ es un vector de coordenadas (1,3) respecto de la base canónica, halla las coordenadas de $\vec{v}$ respecto de las bases:
a) $B=\{(1,-1),(2,1)\}$ b) $B=\{(3,0),(-2,-1)\}$

21) Estudia la dependencia lineal de los siguientes conjuntos de vectores, e indica si forman base:
a) $\{(2,1),(3,2),(1,0)\}$ b) $\{(1,-2),(3/2,-3)\}$ c) $\{(3,4),(4,3)\}$

22) Dados los vectores $\vec{u}$ de coordenadas (1,3) y $\vec{v}$ de coordenadas (-2,4) halla el producto escalar y el ángulo quer forman.

23) Calcula el valor del número real x para que los vectores $\vec{u}=(1,2)$ y $\vec{v}=(x,1)$:
a) Sean ortogonales. b) Formen un ángulo de 60º. c) Sean paralelos.

24) Calcula el valor de m y n para que los vectores $\vec{u}=(1/2,m)$ y $\vec{v}=(\sqrt{2}/2,n)$:
a) Sean unitarios. b) Sean ortogonales.

25) Dado el vector $\vec{u}=(3,-4)$ encontrar dos vectores que tengan laa misma dirección que $\vec{u}$ y sean unitarios.

26) Dados los vectores $\vec{OA}=(2,1)$, $\vec{OB}=(5,5)$, $\vec{OC}=(-3,-1)$ y $\vec{OD}=(-6,-5)$. Demuestra que la figura $ABCD$ es un paralelogramo y calcula su perímetro.

27) Halla la proyección del vector $\vec{u}=(-3,5)$ sobre el vector $\vec{v}(-7,-1)$.

28) Dados los vectores $\vec{u}=(1/\sqrt{2},x)$ y $\vec{v}=(1/4,3)$ halla los valores de x para que:
a) Los vectores sean ortogonales b) Sean linealmente dependientes . c) Sean unitarios.

29) Sea B = $\{\vec{u},\vec{v}\}$ una base de V^2 que cumple que $|\vec{u}|=2, |\vec{v}|=1$ y $\vec{u}\cdot\vec{v}=-1$, y sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores de coordenadas respectivas (1,2) y (3,-4) respecto de la base B. Calcula el producto escalar de $\vec{a}$ por $\vec{b}$.

30) Sea B = $\{\vec{u},\vec{v}\}$ una base ortogonal de V^2 que cumple que $|\vec{u}|=2, |\vec{v}|=3$, y sean $\vec{a}$ y $\vec{b}$ dos vectores de coordenadas respectivas (1,-2)y (-1,3) respecto de la base B. Calcula el producto escalar de $\vec{a}$ por $\vec{b}$.

LA RECTA EN EL PLANO.

31) Hallar la ecuación de la recta r, en todas las formas posibles, que pasa por el punto A(3,5) y lleva la dirección del vector $\vec{v}=(2,-4)$.

32) Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos A(3,2) y B(-1,4) de todas las formas posibles.

33) Calcula las pendientes de las siguientes rectas:

a) $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+5}{-1}$ b) $5x+3y=0$ c) $\begin{cases} x=2+t \\ y=5-3t \end{cases}$

34) Determinar si los puntos A(3,1) , B(5,2) y C(1,0) están alineados.

35) Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto A(-2,1/3) y tiene igual pendiente que la recta que pasa por los puntos P(2,1) y Q(3,4).

36) Dado el triángulo de vértices A(2,-2), B(0,4) y C(4,2) hallar:
   a) Baricentro. (Punto donde se cortan las medianas).
   b) Circuncentro. (Punto donde se cortan las mediatrices).
   c) Incentro. (Punto donde se cortan las bisectrices).
   d) Ortocentro. (Punto donde se cortan las alturas).

37) Calcular la ecuación de la recta que pasa por el punto A(2,1) y forma un ángulo de 120º con la parte positiva del eje X.

38) Halla el área limitada por la recta 5x + y - 5 = 0 , el eje de abscisas y el eje de ordenadas.

39) Comprobar si los siguientes pares de rectas son secantes, paralelas o coincidentes:

a) $\begin{cases} r: 3x+2y-5=0 \\ s: 3x+2y+7=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} r: x+3y-4=0 \\ s: x+2y-5=0 \end{cases}$ c) $\begin{cases} r: x+y-3=0 \\ s: 2x+2y-6=0 \end{cases}$

40) Dadas las rectas: r determinada por el punto A(2,1) y el vector $\vec{u}=(a,4)$ y s determinada por el punto B(-1,4) y el vector $\vec{v}=(5,3)$ hallar a para que r y s sean paralelas. ¿Para qué valores de a las rectas r y s son secantes?.

41) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punmto (2,3) y es :
a) Paralela al eje X b) Paralela al eje Y
c) Paralela a la bisectriz del 1er cuadrante d) Paralela a la bisectriz del 2º cuadrante d) Paralela a la recta $5x + 2y = 0$

42) Dado el segmento de extremos A(3,5) y B(6,15) calcular las coordenadas de los puntos C, D y E que dividen al segmento AB en cuatro partes iguales.

43) Un paralelogramo tiene de vértices A (-1,-3), B(6,0) y C(8,2). Determinar el cuarto vértice sabiendo que hay 3 soluciones.

<u>LA RECTA EN EL PLANO.(Problemas métricos)</u>

44) Calcula el ángulo que forman las rectas:
a) $x - 2y + 4 = 0$ y $3x - y - 1 = 0$
b) $x-3=\dfrac{y-3}{2}$ y $\begin{cases} x=\lambda \\ y=1-2\lambda \end{cases}$

45) Calcula le ecuación de la recta que tiene la misma ordenada en el origen que la recta $2x - 3y + 6 = 0$ y cuyo vector normal es $\vec{n}=(1,2)$

46) Determina el valor de a para que las rectas:
$ax + (a-1)y - 2(a+2) = 0$ y $3ax - (3a+1)y - (5a+4) = 0$
Sean a) Paralelas b) Perpendiculares

47) Averigua el valor de m para que las rectas $mx + y = 12$ y $4x - 3y = m+1$ sean paralelas, y halla su distancia.

48) Halla la ecuación de la mediatriz de4l segmento determinado por los puntos A(1,-2) y B(3,0), la pendiente y el ángulo que forma con la dirección positiva del eje X.

49) Halla la distancia del punto (-1,1) a la recta que corta a los ejes OX y OY en los puntos (3,0) y (0,4) respectivamente.

50) Calcula las ecuaciones de las bisectrices de los ángulos que forman las rectas:
$3x - 4y + 1 = 0$ Y $5x + 12y - 7 = 0$

51) Halla el lugar geométrico de los puntos que equidistan de las rectas (las bisectrices):
$5x + 12y - 60 = 0$ y el eje de ordenadas.

52) Halla la distancia del origen de coordenadas a la recta que pasa por los puntos:
A(-2,1) y B(3,-2)

53) Dada la recta de ecuación $ax + by = 1$, determina a y b sabiendo que la recta dada es perpendicular a la recta de ecuación $2x + 4y = 11$ y que pasa por el punto P (1, 3/2)

54) Las rectas de ecuaciones $ax - y = 4$; $x + b = y$, son perpendiculares y cortan al eje de abscisas en dos puntos distantes 5 unidades. Halla a y b.