Ejercicios para preparar
la materia pendiente

Matemáticas Académicas 4º E.S.O.

IES Gallicum, Zuera. Curso 2022/23

EL NÚMERO REAL

NOTACIÓN CIENTÍFICA, APROXIMACIÓN Y ERRORES

1) Escribe en notación científica:

a. 1 trillón (1 millón de billones):

b. La velocidad de la luz, 300.000 km por segundo:

c. Un ano luz (kilómetros que recorre la luz en un ano)

d. Radio del Universo, 15.000 millones de anos luz

e. La masa de la Tierra

f. La longitud del ecuador terrestre, 400.000.000 m.

2) Notación científica:

a. Calcula el número aproximado de glóbulos rojos que tiene una persona, sabiendo que tienen unos 4.500.000 por milímetro cubico y que su cantidad de sangre es de unos 5 litros. Expresa el resultado en notación científica.

b. Calcula la longitud que ocuparían todos esos glóbulos rojos puestos en fila, si su diámetro es de 0´0008 milímetros por termino medio.

c. Sabiendo que 18g de agua contienen 6´022▪1023 moléculas de agua, expresa en notación científica la masa de una molécula de agua.

3) Expresa con un número razonable de cifras significativas:
   a) Asistentes a un concierto: 25 352 personas.
   b) Premio que dan en un concurso: 328 053 €.
   c) Número de libros de cierta biblioteca: 1 352 243.
   d) Extensión de un terreno: 784 573 245 m^2.
   e) Población de un país: 56 289 544 habitantes.
   f) Peso de un grano de arroz: 0'04527 gramos.

4) Calcula los errores absoluto y relativo cometidos en cada una de las aproximaciones del ejercicio anterior.

5) Expresa en notación científica:
   a) 76 800 000
   b) 4 203 000 000
   c) – 509 000 000 000
   d) 0'00078
   e) – 0'000004327
   f) 0'000000009

6) Opera y expresa el resultado en notación científica:
   a) $(2'4 \cdot 10^4) + (4'65 \cdot 10^3) =$
   b) $(3 \cdot 10^5) + (6'32 \cdot 10^6) + (5'91 \cdot 10^3) =$
   c) $(1'04 \cdot 10^{-2}) – (3'5 \cdot 10^{-3}) =$
   d) $(6 \cdot 10^7) + (8'4 \cdot 10^5) – (9'42 \cdot 10^6) =$
   e) $(- 7'2 \cdot 10^2) \cdot (8'04 \cdot 10^{-4}) =$
   f) $(9'4 \cdot 10^3) \cdot (5'11 \cdot 10^5) =$
   g) $(3'67 \cdot 10^{-5}) : (4 \cdot 10^2) =$
   h) $(7'4 \cdot 10^4) : (2'5 \cdot 10^{-4}) =$

FRACCIONES, RADICALES Y POTENCIAS

7) Efectúa:

a. $-2+\frac{4}{5}-\left(\frac{1}{10}+\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}\right)=$

b. $5-3\cdot\left[\frac{1}{8}-\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right]=$

c. $2-\frac{2}{3}:\frac{5}{2}+(-2)-\left(\frac{3}{4}+\frac{1}{2}\right)=$

d. $\left(\frac{2}{3}-2\right)\cdot\left(\frac{1}{2}+5\right)-\left(4+\frac{1}{3}\right)\cdot\left(2-\frac{1}{3}\right)=$

e. $-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}:\frac{2}{3}\right)=$

f. $\frac{13}{15}-\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{1}{4}+\frac{5}{3}\cdot\frac{6}{5}-\frac{1}{30}\right)=$

g. $\frac{\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}}{(-3)\cdot\left(\frac{2}{3}+\frac{1}{2}\right)}=$

8) Opera:

a. $-\frac{3}{4}:\left(1+\frac{3}{5}\right)+\left(-\frac{1}{3}\right):\left(1-\frac{1}{5}\right)=$

b. $\left(\frac{3}{4}-\frac{1}{3}\right)\cdot\frac{1}{2}-\frac{4}{3}:\frac{7}{5}+\frac{12}{5}=$

c. $1+\frac{2}{3}\cdot\left(\frac{4}{5}-\frac{1}{6}\right)+\frac{1}{6}:\frac{1}{5}=$

d. $\frac{2}{3}-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{4}{5}+\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{5}\right)+\frac{1}{3}:\frac{1}{2}=$

e. $\left(\frac{12}{5}-\frac{3}{4}\right):\left(-\frac{1}{3}+1\right)-\frac{4}{5}\cdot\frac{1}{3}=$

f. $-\frac{4}{3}\cdot\frac{1}{2}+\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{2}:\frac{2}{3}\right)=$

9) Indica el conjunto numérico más pequeño entre N, Z, Q y R al que pertenecen los siguientes números:

a. $3'8\overline{1}$

b. -4^2

c. $12'123123412345...$

d. $\sqrt[3]{-125}$

e. $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$

10) Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales o irracionales:

a. $-4'3;\ \frac{3}{4};\ \sqrt{3};\ 2'\hat{7};\ -2;\ \sqrt{16}$

b. $\sqrt{31};\ \sqrt{25};\ \sqrt[3]{27};\ \sqrt{\frac{4}{9}};\ -\frac{3}{4};\ -2$

c. $-\sqrt{2};\ -\frac{3}{4};\ -\frac{4}{2};\ 2'\overline{7};\ \sqrt{9}$

d. $8'2\overline{5};\ 3'25;\ -2'1;\ \sqrt{34};\ \sqrt[3]{8}$

e. $-2'1;\ -\frac{9}{3};\ \sqrt{8};\ \sqrt[3]{8};\ -\sqrt{3}$

f. $-1'\overline{3};\ \frac{1}{3};\ 1'3;\ \sqrt{3^2};\ \sqrt[3]{3}$

g. $2'25;\ -\frac{3}{4};\ -\frac{20}{5};\ \sqrt{18};\ \sqrt{9}$

11) Calcula:

a. $\dfrac{2^{-5}\cdot 2^{4}\cdot 2^{3}}{2\cdot 2^{8}}=$

b. $\left(\dfrac{2}{5}\right)^{2}-\dfrac{1}{5}\cdot\left[\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{2}:\dfrac{1}{5}\right]=$

c. $\dfrac{3}{2}-\dfrac{2}{3}\cdot\left(\dfrac{11}{5}-\dfrac{1}{2}:\dfrac{1}{5}\right)^{2}=$

d. $\dfrac{4^{-4}\cdot 2^{3}}{8^{-2}}=$

e. $\left[\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-2}:\left(\dfrac{2}{5}\right)^{-4}\right]^{2}=$

f. $\dfrac{(2^{3})^{-1}\cdot 5^{3}\cdot 7^{2}\cdot 8}{7^{3}\cdot 5^{2}\cdot 2^{0}}=$

12) Realiza las siguientes operaciones:

a. $\dfrac{\dfrac{2}{3}+\dfrac{3}{4}+\dfrac{5}{6}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2}}{\dfrac{5}{3}+\dfrac{1}{8}-\dfrac{7}{12}:\dfrac{29}{12}}=$

b. $\dfrac{\left(\dfrac{7}{4}\right)^{-1}+\dfrac{3}{11}}{1-\dfrac{4}{7}\cdot\dfrac{3}{11}}:\left(1-\dfrac{1}{2}\right)^{-2}=$

c. $\dfrac{12}{4+\dfrac{5}{\left(2+\dfrac{1}{4}\right)^{-2}:\dfrac{4}{9}-1}}=$

d. $\left[\left(\dfrac{1}{3}-1\right)^{-3}-\dfrac{2}{5}\cdot 5\right]^{-1}-\dfrac{2}{3}:4=$

13) Simplifica y expresa el resultado como potencia de exponente positivo:

a. $\dfrac{45^{2}\cdot 35^{-4}\cdot 12^{3}}{20^{4}\cdot 30^{-2}\cdot 42^{3}}=$

b. $\dfrac{18^{5}\cdot 28^{-4}\cdot 15^{2}}{14^{-2}\cdot 10^{5}\cdot 24^{-4}}=$

c. $\dfrac{49^{3}\cdot 36^{-5}\cdot 20^{2}}{40^{-4}\cdot 21^{5}\cdot 42^{3}}=$

d. $\dfrac{35^{3}\cdot 49^{4}\cdot 12^{5}}{24^{2}\cdot 14^{3}\cdot 15^{4}}=$

14) Simplifica y expresa el resultado como potencias de exponente positivo:

a. $\dfrac{6x^{5}y^{-4}x^{2}}{9x^{-1}y^{7}x^{4}}=$

b. $\dfrac{6x^{5}\cdot(-y^{-9})\cdot(-x)^{4}}{15x^{-1}\cdot(-y)^{5}x^{3}}=$

c. $\dfrac{3^{5}\cdot 2^{-4}\cdot 3^{2}}{(-2)^{-8}\cdot 2^{7}\cdot(-3)^{3}}=$

d. $\dfrac{81\cdot\left[-(3^{-1})^{2}\right]^{-3}}{\left(\dfrac{1}{9}\right)^{4}\cdot\dfrac{1}{27}}:(-3^{2})^{-1}=$

e. $\left[\dfrac{\left(\dfrac{3}{7}\right)^{-2}\cdot\left(\dfrac{3}{2}\right)^{3}}{\left(\dfrac{1}{7}\right)^{-2}}\right]^{-3}:\left[\dfrac{\left(\dfrac{1}{7}\right)^{-5}\cdot\left(\dfrac{2}{3}\right)^{43}}{\left(\dfrac{3}{7}\right)^{-4}}\right]=$

f. $\dfrac{4\cdot(-x)^{-2}\cdot(-y)^{4}\cdot x^{8}}{14\cdot\left[(-x\cdot y)^{-3}\right]^{-5}}=$

g. $\dfrac{5^{5}\cdot 2^{-4}\cdot 5^{2}}{2^{-1}\cdot 2^{7}\cdot 5^{4}}=$

h. $\dfrac{8\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-2}\cdot(-2)^{3}}{\left(-\dfrac{1}{2}\right)\cdot(16^{-1})^{4}}=$

i. $\dfrac{\left(\dfrac{1}{5}\right)^{5}\cdot 100\cdot 32^{-1}}{(-2)^{-5}\cdot(-5^{-2})}\cdot\dfrac{1}{10}=$

j. $\dfrac{\dfrac{2}{3}\cdot(12)^{-3}\cdot 162}{\dfrac{3}{2}\cdot\left(-\dfrac{16}{9}\right)^{-5}}:\dfrac{24^{-1}}{-\dfrac{3}{2}}=$

INTERVALOS

15) Expresa en forma de intervalo y representa:

a) $3 \le x < 11$ b) $-4 < x$ c) $-2 < x < 1$

d) $x \ge 5$ e) $-8 \le x \le -4$ f) $x < -1$

16) Expresa en forma de desigualdad y representa los siguientes intervalos:

a) (-2, 0) b) [3, 11) c) (-∞, 4] d) [-6, 3] e) (2,+∞)

RADICALES

17) Expresa en forma exponencial y simplifica cuando sea posible:

a) $\sqrt{7}$ b) $\sqrt{5^{3}}$ c) $\sqrt[4]{25}$ d) $\sqrt[3]{2^{2}}$ e) $\sqrt{4^{3}}$ f) $\sqrt[5]{3^{4}}$

18) Saca del radical los factores que sea posible:

a) $\sqrt{2^{3}\cdot 3\cdot 5^{2}}$ b) $\sqrt{120}$ c) $\sqrt[3]{144}$ d) $\sqrt[4]{64\cdot a^{3}\cdot b^{4}}$ e) $\sqrt{72\cdot a^{5}\cdot b^{3}\cdot c}$ f) $\sqrt{45\cdot x\cdot y^{6}}$

19) Calcula y simplifica:

a) $\sqrt[3]{\left(a^2 \cdot b^3\right)^2}$ b) $\sqrt{\sqrt[3]{4}}$ c) $\left(\sqrt{12}\right)^3$ d) $\left(\sqrt[3]{\sqrt[4]{100}}\right)^2$ e) $\dfrac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$

20) Racionaliza:

a) $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\dfrac{3}{\sqrt{2}}$ c) $\dfrac{2}{\sqrt{6}}$ d) $\dfrac{3}{\sqrt[3]{2}}$

e) $\dfrac{1}{1-\sqrt{2}}$ f) $\dfrac{3}{\sqrt{6}+2}$ g) $\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}-2}$ h) $\dfrac{4}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

21) Calcula las siguientes raíces:

a. $\sqrt[10]{1024} =$ **b.** $\sqrt[3]{343} =$ **c.** $\sqrt[4]{1296} =$ **d.** $\sqrt[3]{243} =$ **e.** $\sqrt[3]{216} =$

22) Racionaliza (simplificando antes o después) las siguientes expresiones:

a. $\dfrac{5}{2\cdot\sqrt[3]{4}}$

b. $\dfrac{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}}{2\sqrt{2}+3\sqrt{3}}$

c. $\dfrac{\sqrt{3}-2}{5+2\sqrt{3}}-\dfrac{1}{\sqrt{3}+1}+\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

d. $\dfrac{\sqrt{a}}{2-\sqrt{a}}$

e. $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{6}+2}{2\sqrt{3}+4}$

f. $\dfrac{2+4\sqrt{6}+\sqrt{18}}{\sqrt{6}+3\sqrt{8}-\sqrt{18}}$

g. $\dfrac{3}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{2}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

h. $\dfrac{1}{1+\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

23) Opera y simplifica:

a) $2\,(x^2 - x - 1) - (x - 2)\,(4x - 6)$

b) $6x^3 - 3x\,(4 - 2x - x^2) + 5x\,(x - 3)$

c) $(2x - 3)^2 + (1 - x)\,(x + 1) - (3x^2 + 2x - 5)$

d) $\dfrac{3x(x-2)}{2} - x(4x-1) + \dfrac{4(2-x)}{3}$

e) $(x+1)^2 - \dfrac{3(2x+3)}{4} + \dfrac{(x-2)(x+2)}{2}$

24) Halla el cociente y el resto en las siguientes divisiones:

a) $(2x^3 - 7x^2 - 13x) : (2x + 3)$

b) $(2x^4 - 3x^3 + 6x - 8) : (x^2 - 2)$

c) $(5x^4 - 2x^3 + 3x - 1) : (x^2 - 2x + 3)$

d) $(2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 10x + 2) : (2x^2 - 4)$

25) Aplica la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto en las siguientes divisiones:

a) $(5x^3 + 4x^2 - 3x - 1) : (x - 2)$

b) $(2x^3 - 3x^2 - 11x + 2) : (x - 3)$

c) $(x^4 - 5x^2 + x - 2) : (x + 2)$

d) $(3x^4 + x^3 - 4x - 7) : (x + 3)$

e) $(3x^5 - 15x^4 - x^2 - x + 30) : (x - 5)$

27) a) Utiliza la regla de Ruffini para calcular P(2), P(5), P(-3) en el polinomio $P(x) = 2x^3 - 4x^2 + 3x -$

b) El polinomio $P(x) = 4x^4 - 3x^2 + 12x + 8$ ¿es divisible por x + 2?

c) Comprueba si x = 2, x = -1, x = -4 son raíces del polinomio $P(x) = x^3 + 4x^2 - 2x - 8$.

28) Halla el valor numérico de m en cada uno de los siguientes casos:

a. Para que el valor numérico de $P(x)=2x^2-3x+m$ en x=2 sea P(2) = 5.

b. Para que $(x^4-3x^3+2x-2m):(x+2)$ tenga resto 16.

c. Para que (-2) sea un cero del polinomio $P(x)=x^2-3x^3+2mx-4$.

d. Para que $(x-3)$ sea un factor de $Q(x)=x^3-6x^2+2x-2m+2$

e. Para que el polinomio x^3-3x^2+5x+m sea divisible entre $(x-2)$

f. Para que el polinomio x^4-5x^2+mx-1 admita como raíz x = 1.

g. Para que el resto de dividir $x^4-3x^3+mx^2-5x+5$ entre $(x-2)$ sea -1.

h. Si el resto de dividir el polinomio $3x^3-2x^2+mx+2$ entre $(x+1)$ es 6.

i. Para que la división sea exacta: $(x^2+4x-m):(x+3)$

j. Para que la división sea exacta: $(x^5-4x^3+mx^2-10):(x+1)$

k. Para que la división sea exacta: $(5x^4+2x^2+mx+1):\left(x-\frac{1}{3}\right)$

l. Para que la división sea exacta: $\left(\frac{3}{2}x^3-mx\right):\left(x+\frac{1}{2}\right)$

m. Para que $x^3+2(m+1)x^2-3x+m$ sea divisible por $\left(x-\frac{1}{3}\right)$

n. Para que el valor numérico, cuando x= -2, del polinomio $x^4+mx^3+x^2-(3-m)x+2$ sea 15.

26) Saca factor común cuando sea posible y utiliza las identidades notables para factorizar estos polinomios:

a) $9x^5 - 6x^4 + x^3$

b) $5x^3 - 5x$

c) $4x^4 - 12x^2 + 9$

d) $3x^2 + 30x + 75$

e) $9x^3 + 24x^2 + 16x$

27) Descompón factorialmente los siguientes polinomios:

a) $2x^2 + 4x - 6$

b) $2x^2 + 7x - 4$

c) $x^3 + 2x^2 - x - 2$

d) $2x^4 - 6x^3 - 6x^2$

e) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

f) $2x^4 - 5x^3 - x^2 + 6x$

g) $x^4 - 3x^3 - 19x^2 + 27x + 90$

h) $x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - 2x$

28) Opera y simplifica el resultado cuando sea posible:

a) $\frac{1}{x} - \frac{2x}{x-1} + 1$

b) $\frac{x+2}{x} - \frac{3x-4}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$

c) $\frac{x}{x-2} - 1 + \frac{1}{x+1}$

d) $\frac{2x+1}{x^2-9} + \frac{3}{x+3}$

e) $\frac{x^2+2x}{x^3} \cdot \frac{x^2}{x^2-4}$

f) $\frac{4x-2}{x+1} : \frac{x-1}{2}$

29) Opera y simplifica el resultado cuando sea posible:

a. $\frac{2}{x} + \frac{5}{x} =$

b. $\frac{3}{x} - \frac{2}{x+1} =$

c. $\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} =$

d. $\frac{2x-1}{x-1} + \frac{3x+1}{x+1} - \frac{1-x}{x^2-1} =$

e. $\frac{3x-1}{x-3} + \frac{x-5}{x+2} =$

f. $\frac{2x}{x-1} - \frac{2x+3}{x^2+4} =$

g. $\frac{3x-1}{x^2+x-2} \div \frac{2x+3}{x^2-x-6} =$

h. $\frac{x+5}{2x-2} + \frac{x-1}{3x} =$

i. $\frac{x-2}{x^2-1} \cdot \frac{x+1}{x^2-4x+4} =$

j. $\frac{x+2}{x} \div \frac{x-2}{x^2} =$

k. $\frac{2x-6}{x+3} \div \frac{2x+8}{x^2-9} =$

l. $\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}\right) \cdot (x^3 + x^2) =$

m. $\left(\frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1}\right) \cdot \left(\frac{5}{3x} + \frac{x}{3} - x\right) =$

n. $\left(x - \frac{x}{x+1}\right) \div \left(x + \frac{x}{x+1}\right) =$

o. $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(\frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x+1}\right) =$

p. $\left(1 - \frac{1}{x}\right) \cdot \left(x - \frac{5}{x-1}\right) =$

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

30) Resuelve:

a) $\frac{71}{2} - 3x = \frac{5x+2}{9} - \frac{2x+1}{6}$

b) $\frac{3(x-2)}{4} - \frac{2x-5}{3} = 2 - \frac{2(1-x)}{3}$

c) $2x(x-1) - 3(x-5) = x(x+5) - 9$

d) $(2x+1)^2 = 1 + (x+1)(x-1)$

e) $2x + 3(x-4)^2 = 37 + (x+3)(x-3)$

f) $x^3 - 12x^2 + 41x - 30 = 0$

31) Escribe la ecuación de segundo grado cuyas soluciones son:

a. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ **b.** $4x^4 - 257x^2 + 64 = 0$ **c.** $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

32) Resuelve las siguientes ecuaciones bicuadradas:

a. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ **b.** $4x^4 - 257x^2 + 64 = 0$ **c.** $x^4 - 25x^2 + 144 = 0$

33) Resuelve las siguientes ecuaciones irracionales:

a. $\sqrt{x+5} = 8$

b. $\sqrt{x^2+5} = \sqrt{2x+40}$

c. $x + 5 = \sqrt{2x^2+50}$

d. $x - \sqrt{2x+9} = 3$

34) Resuelve ordenadamente. Recuerda comprobar las soluciones.

a) $\sqrt{x^2+7} = 2x+2$ b) $2 - \sqrt{x-3} = x-7$ c) $2 - \sqrt{4x-5} = 2x$ d) $\sqrt{x^2-7} = \frac{x}{2} - 1$

e) $\frac{1}{x+2} - \frac{2+x}{x} = -\frac{7}{4}$ f) $\frac{3x-1}{x+2} - 1 = \frac{x}{2x+4}$ g) $\frac{(x-1)^2}{x+1} + 1 = \frac{x+3}{2x+2}$ h) $\frac{2x+3}{2x-1} - 4 = \frac{1}{x}$

35) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales utilizando el método que prefieras para cada apartado, aunque deberás utilizar al menos una vez cada método.

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 3y = -7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5(x+2y) = 1 + 3y \\ 3(x - y - 4) = 5 + y \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - \frac{3}{4}y = -1 \\ 2x = 5y - 9 \end{cases}$

36) Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales.

a) $\begin{cases} x-y=1 \\ xy-4y+2=0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2+2y=5 \\ xy=1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x(x-3)=-2 \\ x^2-y=3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x^2-3y^2=5 \\ xy=12 \end{cases}$

37) Encuentra la solución de los siguientes sistemas de ecuaciones:

a. $\begin{cases} 2x+y=5 \\ x+y=4 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x-y=2 \end{cases}$

c. $\begin{cases} x-2y=2 \\ 3x+2y=6 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 4x+4y=-4 \\ 2x-5y=12 \end{cases}$

e. $\begin{cases} 7x+5y=-20 \\ 5x+7y=20 \end{cases}$

f. $\begin{cases} \frac{1}{2}x+y=8 \\ 3x+5y=41 \end{cases}$

g. $\begin{cases} 3(x+2)-5y=11 \\ x-7(y-1)=14 \end{cases}$

h. $\begin{cases} \frac{1}{6}x-\frac{y+1}{3}=\frac{5}{6} \\ 5x+\frac{y}{4}=\frac{29}{2} \end{cases}$

i. $\begin{cases} 4x+3y=7 \\ 2x-5y=-4 \end{cases}$

j. $\begin{cases} 5x-2y=-2 \\ x-2y=-2 \end{cases}$

INECUACIONES Y SISTEMAS

38) Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas, y representa su solución:

a) $2(x-3)+4x \le 3-(2-5x)$

b) $x^2+5x-2 > 4x+x(x-1)+10$

c) $5-\frac{x}{6} \le \frac{x}{3}+\frac{x}{2}$

d) $2x-\frac{3x+1}{3} > 2(3x-2)$

e) $\frac{71}{2}-3x < \frac{5x+2}{9}-\frac{2x+1}{6}$

f) $\left.\begin{array}{l} 2x-1<0 \\ x+3 \ge 1 \end{array}\right\}$

g) $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{2}+1>4 \\ 3(x-1) \ge 5x \end{array}\right\}$

39) Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de primer grado:

a. $\begin{cases} 2x-3 > x-2 \\ 3x-7 < x-1 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x+3\cdot(x-1) < x+1 \\ 2\cdot(x+3) > x+2 \end{cases}$

c. $\begin{cases} \frac{x-1}{3}-\frac{x+3}{2} \le x \\ \frac{4x-2}{4}-\frac{x-1}{3} \ge x \end{cases}$

d. $\begin{cases} \frac{3\cdot(2-x)}{2}-x < \frac{16}{5}-\frac{x+1}{5} \\ \frac{x+4}{3}-\frac{x-5}{6} > 3-\frac{2x-3}{18} \end{cases}$

e. $\begin{cases} 3x-\frac{1}{2}x+5<0 \\ \frac{1}{2}(x+1)+\frac{x-1}{3}-\frac{x}{5}>0 \end{cases}$

f. $\begin{cases} x-\frac{1}{3} \ge x+4 \\ x-2 \ge 0 \end{cases}$

g. $\begin{cases} x+\frac{1}{5}>0 \\ \frac{x+3}{2} \le x \end{cases}$

h. $\begin{cases} \frac{x-4}{3} \ge x+2 \\ x>1 \end{cases}$

i. $\begin{cases} x+\frac{1}{5}<3 \\ x \le \frac{4-2x}{5} \end{cases}$

40) El lado desigual de un triángulo isósceles mide 8 cm y la altura sobre este lado mide 1 cm menos que otro de los lados del triángulo. Calcula la longitud de dicho lado.

TRIGONOMETRÍA

41) Responde a las siguientes cuestiones:

a) ¿Qué relación debe existir entre el seno y el coseno de un ángulo para que su tangente sea mayor que uno?
b) Si un ángulo está comprendido entre 90º y 180º, .¿qué es mayor su seno o su coseno?
c) Expresa en radianes el ángulo que forman entre sí las agujas de un reloj cuando marcan la una y veinte. (Nota: debes tener en cuenta que se mueven las dos agujas)
d) Un reloj señala las 12 en punto. Después de 6 minutos, .que ángulo, medido en radianes, forman las agujas de horario y minutero? (Ten en cuenta que se mueven ambas agujas)

42) Calcular las razones trigonométricas de 30º, 45º y 60º sin utilizar calculadora, mediante triángulos rectángulos.

43) Halla las demás razones trigonométricas en los siguientes casos:

a. $Si\ \ sen\alpha = \frac{1}{2}\ \ y\ \ \alpha \in II°C$

b. $Si\ \ sen\alpha = -\frac{1}{2}\ \ y\ \ tg\alpha < 0$

c. $Si\ \ tg\alpha = \frac{12}{5}\ \ y\ \ sen\alpha < 0$

d. $Si\ \ tg\alpha = 2\ \ y\ \ sen\alpha < 0$

e. $Si\ \ \cos\alpha = -\frac{2}{\ }\ \ y\ \ \alpha \in III°C$

f. $Si\ \ tg\alpha = -\frac{3}{4}\ \ y\ \ \alpha \in IV°C$

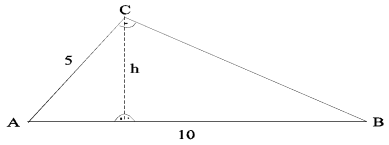
g. $Si\ \ \sec^2\alpha = 3\ \ y\ \ \alpha \in III°C$

h. $Si\ \ |\cos\alpha| = 0'6\ \ y\ \ \alpha \in II°C$

i. $Si\ \ sen\alpha = a\ \ y\ \ \alpha \in II°C$

44) Encuentra un ángulo del segundo cuadrante cuya tangente vale -3/4 y calcula el valor de las demás razones trigonométricas.

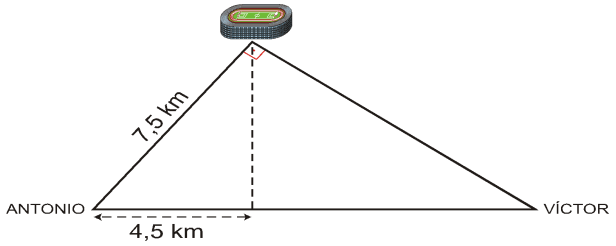
45) Calcula "h" en el triángulo:



46) Un barco se halla entre dos muelles separados (en línea recta) 6,1 km. Entre ambos se encuentra una playa situada a 3,6 km de uno de los muelles. Calcula la distancia entre el barco y los muelles sabiendo que si el barco se dirigiera hacia la playa, lo haría perpendicularmente a ella. ¿Qué distancia hay entre el barco y la playa?
(NOTA: El ángulo que forma el barco con los dos muelles es de 90º).

47) Calcula el perímetro y el área de un triángulo rectángulo sabiendo que la altura y la proyección de un cateto sobre la hipotenusa son de 2 cm y 2,5 cm, respectivamente.

48) Antonio y Víctor tienen sus casas en la misma acera de una calle recta. Todos los días van a un polideportivo que forma triángulo rectángulo con sus casas. Observa la figura y responde:



a) ¿A qué distancia está la casa de Víctor del polideportivo?
b) ¿Qué distancia separa ambas casas?

49) Antonio está descansando en la orilla de un río mientras observa un árbol que está en la orilla opuesta. Mide el ángulo que forma su visual con el punto más alto del árbol y obtiene 35º; retrocede 5 m y mide el nuevo ángulo, obteniendo en este caso un ángulo de 25º. Calcula la altura del árbol y la anchura de río.

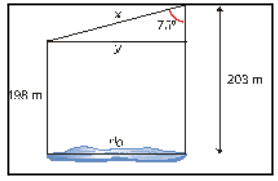
50) Hugo, desde su casa, ve la fuente que está en el centro de la plaza Mayor, y el castillo; ha preparado un teodolito casero para calcular el ángulo formado por dichas visuales y ha dado 40º. La distancia de su casa a la fuente es de 42m y la distancia de su casa al castillo es 32m.Si hubiera un camino directo desde la fuente al castillo, ¿cuánto mediría? Calcula además los demás elementos de tu triángulo.

51)

a) Sabiendo que *sen* x= 0,64 ,calcula las demás razones trigonométricas.
b) Calcula sin utilizar las teclas trigonométricas de la calculadora y utilizando el apartado anterior cuando sea necesario:

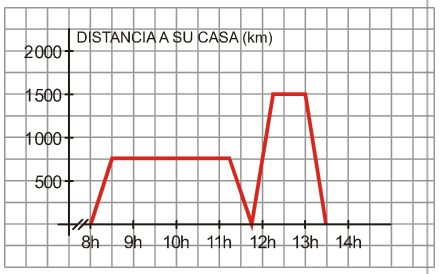
a) ***cos*** **(180 - x)** **b)** ***tg*** **(-x)** **c)** ***cos*** **230º** **d)** ***sen*** **1830º** **e) tg 225º** **f) sen -300º**

52) Dos torres de 198 m y 203 m de altura están unidas en sus puntos más altos por un puente bajo el cual hay un río. Calcula la longitud del puente y la anchura del río sabiendo que el ángulo que hay entre el puente y la torre más alta es de 75º.



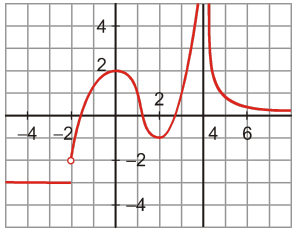
FUNCIONES ELEMENTALES I

53) Pablo salió de su casa a las 8 de la mañana para ir al instituto. En el recreo, tuvo que volver a su casa para ir con su padre al médico. La siguiente gráfica refleja la situación:



a) ¿A qué hora comienzan las clases y a qué hora empieza el recreo?
b) ¿A qué distancia de su casa está el instituto? ¿Qué velocidad lleva cuando va a clase?
c) ¿A qué distancia de su casa está el consultorio médico? ¿Qué velocidad llevan cuando se dirigen allí?
d) ¿Cuánto tiempo ha estado en clase? ¿Y en el consultorio médico?

54) Dada la función a través de la siguiente gráfica:



de

a) Indica cuál es su dominio de definición.
b) ¿Es continua? Si no lo es, indica los puntos de discontinuidad.
c) ¿Cuáles son los intervalos de crecimiento y cuáles los decrecimiento de la función? ¿Qué ocurre en el intervalo (-∞,-2]?

55) Representa gráficamente una función, f, que cumpla las siguientes condiciones:
a) Dom (f) = [-5, 6]
b) Crece en los intervalos (-5, -3) y (0, 6); decrece en el intervalo (-3, 0).
c) Es continua en su dominio.
d) Corta al eje X en los puntos (-5, 0), (-1, 0) y (4, 0).
e) Tiene un mínimo en (0, -2) y máximos en (-3, 3) y (6, 3).

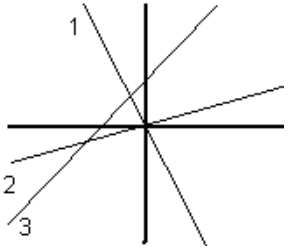
56) Construye una gráfica que represente la audiencia de una determinada cadena de televisión durante un día, sabiendo que a las 0 horas había, aproximadamente, 0,5 millones de espectadores. Este número se mantuvo prácticamente igual hasta las 6 de la mañana. A las 7 de la mañana alcanzó la cifra de 1,5 millones de espectadores. La audiencia descendió de nuevo hasta que, a las 13 horas, había 1 millón de espectadores. Fue aumentando hasta las 21 horas, momento en el que alcanzó el

máximo: 6,5 millones de espectadores. A partir de ese momento, la audiencia fue descendiendo hasta las 0 horas, que vuelve a haber, aproximadamente, 0,5 millones de espectadores.

57) Representa las siguientes funciones lineales. Indica cuál es la pendiente y la ordenada en el origen de cada una de ellas:

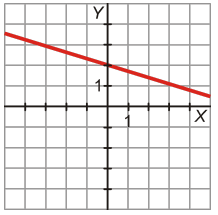
a) $y = 2x - 3$ b) $y = -x + 5$ c) $y = -\frac{1}{4}x - 2$ d) $4x - 2y = 0$

58) Asocia cada una de las rectas del margen con su expresión analítica. Razona tu respuesta.
a) $y = 0{,}5\,x$ b) $y = -3x$ c) $y = x + 3$



59)

a) Halla la ecuación de la recta que tiene pendiente -3 y que pasa por el punto P(-1,5).
b) Halla la ecuación de la recta que tiene ordenada en el origen 2 y que pasa por el punto P(-2,3).
c) Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(3,6) y Q(-1,2).
d) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P(4,1) y es paralela a la recta $y = -2x - 3$.
e) Halla la ecuación de la recta de la gráfica:



60) Tres kilos de peras nos han costado 4,5 €; y, por siete kilos, habríamos pagado 10,5 €. Encuentra la ecuación de la recta que nos da el precio total, y, en función de los kilos que compremos, x. Represéntala gráficamente.

FUNCIONES ELEMENTALES II

61) Describe las siguientes funciones cuadráticas y haz un boceto de su gráfica. Realiza un estudio completo de dichas funciones.

a) $y = 4x^2 + 8x - 5$ b) $y = x^2 + 3x - 4$ c) $y = 8 - 2x - x^2$

62) Representa gráficamente las siguientes funciones:

63) Representa las siguientes funciones, además calcula los puntos de corte con los ejes de estas funciones.

a) $y = 3/x$ b) $y = 4/x - 5$ c) $y = \sqrt{x+4}$ d) $y = \sqrt{x-2}$ e) $y = 3^x$

f) $y = 4^x$ g) $y = 0'2^x$ h) $y = \log x$ i) $y = \begin{cases} x+3 & si \quad x<-1 \\ 2 & si \quad -1 \le x < 4 \\ x^2-10 & si \quad 4 \le x \end{cases}$

64) Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = \dfrac{5x-3}{4x-1}$ b) $y = 2^{3x-1}$ c) $y = \sqrt{3x+6}$ d) $y = \log x$

e) $y = 2x^4 - 3x^2 + 1$ f) $y = 2 - \dfrac{3}{x^2-3x}$ g) $y = \sqrt[3]{x^2+2x}$ h) $y = 5^{1/x}$

i) $y = \dfrac{4x^2-3x}{1+5x-6x^2}$

65)

a) Interpreta el coeficiente k en la función $y = k/x$

b) Interpreta el coeficiente k en $y = k^x$.

66)

a) Halla el valor de a y de c para que la parábola $y = ax2 - 2x + c$ tenga vértice V(-1,3).

b) Halla el valor de a y de k para que la función $y = ak^x$ pase por los puntos (0,2) y (1,6).

LOGARITMOS

67) Calcula x en las siguientes igualdades:

a. $\log_2 2 = x$

b. $\log_3 9 = x$

c. $\log_3 81 = x$

d. $\log_4 16 = x$

e. $\log_2 0.5 = x$

f. $\log_4 0'0625 = x$

g. $\log_{\frac{1}{2}} 8 = x$

h. $\log_x 36 = 4$

i. $\log_x 100 = -3$

j. $\log_5 x = 3$

k. $\log_4 x = -\dfrac{1}{2}$

l. $\log 100 = x$

m. $\log x = -3$

n. $\log_3(-9) = x$

o. $\log_{\sqrt{3}} 3 = x$

p. $\log_{\sqrt{2}} 8 = x$

q. $\log_2 \dfrac{1}{4} = x$

r. $\log_{125} 5 = x$

s. $2^{\log_2 8} = x$

t. $\log_2(\log_2 2) = x$

u. $\log_{81} 3 = x$

v. $\log_4 8\sqrt{2} = x$

w. $\log_{0'2} \dfrac{\sqrt{5}}{25} = x$

68) Calcula el valor de las siguientes expresiones:

a. $\log_2 64 - 5\log_3 \sqrt[3]{3} + \log_7 7^{10} - \log 1 =$

b. $\log_2 64 + 3\log_2 1 - \log_3 \dfrac{1}{3} \cdot \log_{11} 121 =$

c. $\log_{\frac{1}{3}} \dfrac{1}{9} - \log_5 0'2 + \log_6 \dfrac{1}{36} - \log_2 0'5 =$

69) Halla el valor de x en las siguientes expresiones, aplicando las propiedades de los logaritmos:

a. $\log x = \log 17 + \log 13$

b. $\log x = \log 36 - \log 9$

c. $\log x = 3\log 5$

d. $\log x = \log 12 + \log 25 - 2\log 6$

e. $\log x = 4\log 2 - \dfrac{1}{2}\log 25$

f. $\log x = \log 5 + 2\log 15$

g. $\log 2x = \log 9 - \dfrac{1}{2}\log 27 + \log\sqrt{3}$

ESTADÍSTICA

70) En un test sobre satisfacción en el trabajo, a 90 empleados de una fábrica, se obtuvieron los siguientes datos:

Puntuaciones	*(38,44]*	*(44,50]*	*(50,56]*	*(56,62]*	*(62,68]*	*(68,74]*	*(74,80]*
Nºtrabajadores	4	12	10	30	20	8	6

Calcula la media, la varianza y la tabla de frecuencias

71) Se han medido el peso (en kg) y el número de calzado en un grupo de personas, obteniéndose los resultados que aparecen en la tabla.

X: PESO	**52**	**50**	**53**	**54**	**54**	**55**
Y: Nº DE CALZADO	**35**	**36**	**37**	**38**	**39**	**36**

a) Calcula las media, varianza y desviación típica de cada variable.
b) Calcula los coeficientes de variación de cada una y di cuál de las dos variables es menos dispersa.

72) Las notas obtenidas en un examen de matemáticas por las alumnas y los alumnos de una clase de 4º ESO vienen reflejadas en esta tabla:

NOTA	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
Nº ALUMNOS/AS	**1**	**2**	**3**	**5**	**4**	**6**	**4**	**3**	**2**

a) Calcula la media, moda y mediana.
b) Calcula la desviación típica y el coeficiente de variación. Si en otra clase de 4º ESO la media de las notas en matemáticas es 5,3 con una de desviación típica de 2,5,en cuál de las dos clases hay una mayor dispersión de las notas.
c) Calcula el cuartil 3 ,el percentil 78 y el porcentaje de alumnos suspensos.

73) En la siguiente tabla hemos resumido los resultados obtenidos al lanzar un dado 120 veces:

Nº OBTENIDO	1	2	3	4	5	6
Nº DE VECES	18	30	21	25	17	9

a) Halla la media, la desviación típica y el coeficiente de variación.
b_1) Calcula *Me*, Q_1, Q_3 p_{15} y p_{20}.
b_2) Calcula la mediana y la moda.

PROBABILIDAD

74) En la ruleta francesa hay 36 posiciones numeradas, la mitad de las cuales son de color rojo y la otra mitad de color negro, distribuidas en 3 filas y en 12 columnas. Calcula la probabilidad de que el número sobre el que se detiene la bola:
a) Sea el 13.
b) Sea par.
c) Esté en una determinada fila.
d) Esté en una determinada columna.
e) Sea de color rojo.
f) Sea igual o menor que 10.
g) Sea mayor o igual que 25.
h) Sea un numero del uno al cuatro, ambos inclusive.

75) Una diana para dardos está dividida en sectores numerados del 1 al 15. Obtén cuál es la probabilidad de que al alcanzar dos dardos:
a) Ambos alcancen el 15.
b) El primero alcance el 15 y el segundo un número distinto de 15.
c) Un dardo dé en un número par y otro en un múltiplo de 5.

76) Extraemos una de las 40 cartas de una baraja española y la devolvemos a la baraja para extraer una segunda carta. Determina la probabilidad de que:
a) Las dos cartas sean ases.
b) Las dos veces salga el 5 de bastos.
c) La primera carta sea de espadas y la segunda de copas.

77) Repite el ejercicio anterior sin devolver a la baraja la primera carta extraída.

78) A dos prisioneros se le ofrece la siguiente oportunidad: cada uno debe sacar una bola de una bolsa que contiene 3 bolas blancas y 2 negras (la bola que extrae el primero no se vuelve a introducir en la bolsa). Si la bola es blanca quedan libres pero si es negra se les duplica la condena. Calcula la probabilidad de que:
a) Los dos prisioneros queden libre.
b) Al primer prisionero se le duplique la condena y el segundo quede libre.
c) A los dos prisioneros se les duplique la condena.

79) En una urna hay 5 bolas blancas, 4 rojas y 1 negra. Sacamos dos bolas sin reemplazamiento (es decir, sin devolverlas a la urna en cada caso). Apoyándote en un diagrama en árbol, calcula la probabilidad de obtener:
a) Dos bolas blancas,
b) Dos bolas de distinto color.

80) Lanzamos dos veces un dado de cinco caras regular (todas la caras tienen la misma probabilidad) y anotamos la puntuación del mayor (si coinciden, la de uno de ellos). Apoyándote en una tabla responde a las siguientes preguntas:
a) ¿Cuál es el espacio muestral?
b) ¿Qué probabilidad tiene cada caso?
c) Halla la probabilidad de los sucesos: A= “nº par", B="menor que 3", $A \cap B$ y $A \cup B$.

81) En un centro escolar hay 1000 alumnos y alumnas repartidos así:

	Chicos	Chicas
Usan Gafas	**147**	**135**
No usan gafas	**368**	**350**

Definidos los siguientes sucesos A="es chica", B="es chico", G="lleva gafas", G'="no lleva gafas". Calcula las siguientes probabilidades: P(A), P(B), P(G), P(G'), P(G|A), P(A|G), P(B∩G) y P(A∩G').

COMBINATORIA

82) Una persona tiene 4 chaquetas y 9 pantalones. ¿De cuántas formas distintas puede combinar estas prendas?

83) Un entrenador dispone de 25 jugadores para formar un equipo de futbol. ¿Cuántas alineaciones de 11 jugadores puede hacer?

84) ¿Cuántos resultados distintos pueden aparecer al lanzar un dado 4 veces?

85) ¿Cuántas palabras, con o sin sentido, se pueden escribir con la palabra SOBRE, sin repetir ninguna?

86) Diez amigos van de viaje llevando dos coches. Si deciden ir 5 en cada coche.
   a) ¿De cuántas formas pueden ir si todos tienen carnet de conducir?
   b) ¿De cuántas formas pueden ir si solo dos tienen carnet de conducir?

87) ¿De cuántas maneras pueden sentarse 9 personas en un banco donde hay 5 sitios disponibles? (Notese que el orden importe).

88) ¿Cuántos números de 4 dígitos se pueden formar con las cifras 1, 2, …, 9?
   a) Permitiendo repeticiones.
   b) Sin repeticiones.
   c) Si el último dígito ha de ser 1 y no se permiten repeticiones.