

ACTIVIDADES DE REFUERZO. TEMA 2

Ejercicio nº 1.-

Desarrolla y simplifica:

$$\left(\frac{2}{3}x - 1\right)(3x + 6) + (x + 1)(x - 1) - (x + 2)^2$$

Ejercicio nº 2.-

Desarrolla y simplifica:

$$(x - 1)(x^2 + x)^2 - (x^5 - 5x^4 + x^3 - x^2)$$

Ejercicio nº 3.-

Calcula y simplifica:

$$(x + 1)^2(3x^2 + 2) - 2(x^4 - x^3 + 2x^2 - 1)$$

Ejercicio nº 4.-

Desarrolla y simplifica:

$$(2x - 3)^2 - (2x^2 + 4x + 1)(x - 2)$$

Ejercicio nº 5.-

Opera y simplifica:

$$(x^2 - 2x + 3)(2x + 1) - (4x - 1)^2$$

Ejercicio nº 6.-

Halla el cociente y el resto de cada división:

a) $(4x^3 - 2x^2 + 5x + 3) : (x^2 - 2)$

b) $(x^4 - 3x^3 + 2x^2 + 5) : (x + 1)$

Ejercicio nº 7.-

Calcula el cociente y el resto de cada división:

a) $(2x^5 - 3x^4 + 2x^2 - x + 1) : (x^3 - 2x + 1)$

b) $(2x^5 - 3x^3 + 2x - 1) : (x + 2)$

Ejercicio nº 8.-

Halla el cociente y el resto de cada división:

a) $(2x^4 - 7x^3 + 3x^2 - 1) : (x^2 + 2)$

b) $(-3x^4 + 6x^2 + x - 2) : (x - 1)$

Ejercicio nº 9.-

Halla el cociente y el resto de cada división:

a) $(-2x^4 + 3x^3 - 2x + 3) : (x^2 - 2x + 2)$

b) $(-x^4 + 2x^2 - x + 2) : (x + 2)$

Ejercicio nº 10.-

Calcula el cociente y el resto de cada una de estas divisiones:

a) $(5x^4 + x^3 - 2x + 1) : (x^2 - 3x + 1)$

b) $(5x^4 - x^3 + 2x - 1) : (x + 2)$

Ejercicio nº 11.-

Con ayuda de los productos notables, factoriza estos polinomios:

a) $9x^2 - 24x + 16$

b) $64x^2 - 25$

Ejercicio nº 12.-

Extrae factor común y utiliza las identidades notables para descomponer en factores estos polinomios:

a) $x^6 - 6x^5 + 9x^4$

b) $12x^3 - 75x$

Ejercicio nº 13.-

Factoriza estos polinomios, utilizando los productos notables:

a) $16x^2 - 40x + 25$

b) $9x^2 - 64$

Ejercicio nº 14.-

Con ayuda de las identidades notables y sacando factor común, factoriza estos polinomios:

a) $4x^4 - 4x^3 + x^2$

b) $5x^3 - 80x$

Ejercicio nº 15.-

Factoriza estos polinomios, sacando factor común y ayudándote de las identidades notables:

a) $25x^5 - 10x^4 + x^3$

b) $28x^3 - 7x$

Ejercicio nº 16.-

a) Halla el valor numérico de $P(x) = -2x^3 + x^2 - 3x - 6$ para $x = -1$

b) ¿Es divisible el polinomio anterior, $P(x)$, entre $x + 1$?

Ejercicio nº 17.-

Descompón en factores el siguiente polinomio:

$$P(x) = x^3 - 3x + 2$$

Ejercicio nº 18.-

Factoriza estos polinomios:

a) $x^4 - 2x^3 + x^2$

b) $x^3 - 4x^2 + x + 6$

Ejercicio nº 19.-

Factoriza los polinomios siguientes:

a) $x^3 + 2x^2 + x$

b) $x^3 + 7x^2 + 7x - 15$

Ejercicio nº 20.-

Dado el polinomio $P(x) = 4x^3 - 8x^2 + 3x - 1$:

a) Halla el cociente y el resto de la división:

$$P(x) : (x - 2)$$

b) ¿Cuánto vale $P(2)$?

Ejercicio nº 21.-

Factoriza los siguientes polinomios:

a) $2x^4 - 18x^2$

b) $x^4 - x^3 - x^2 - x - 2$

SOLUCIONES A LAS ACTIVIDADES DE REFUERZO. TEMA 2:

Ejercicio nº 1.-

Solución:

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}x-1\right)(3x+6) + (x+1)(x-1) - (x+2)^2 &= (2x^2 + 4x - 3x - 6) + (x^2 - 1) - (x^2 + 4x + 4) = \\ &= 2x^2 + x - 6 + x^2 - 1 - x^2 - 4x - 4 = 2x^2 - 3x - 11 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 2.-

Solución:

$$\begin{aligned} (x-1)(x^2+x)^2 - (x^5 - 5x^4 + x^3 - x^2) &= (x-1)(x^4 + 2x^3 + x^2) - (x^5 - 5x^4 + x^3 - x^2) = \\ &= x^5 + 2x^4 + x^3 - x^4 - 2x^3 - x^2 - x^5 + 5x^4 - x^3 + x^2 = 6x^4 - 2x^3 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 3.-

Solución:

$$\begin{aligned} (x+1)^2(3x^2+2) - 2(x^4 - x^3 + 2x^2 - 1) &= (x^2 + 2x + 1)(3x^2 + 2) - 2(x^4 - x^3 + 2x^2 - 1) = \\ &= 3x^4 + 2x^2 + 6x^3 + 4x + 3x^2 + 2 - 2x^4 + 2x^3 - 4x^2 + 2 = x^4 + 8x^3 + x^2 + 4x + 4 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 4.-

Solución:

$$\begin{aligned} (2x-3)^2 - (2x^2 + 4x + 1)(x-2) &= (4x^2 - 12x + 9) - (2x^3 + 4x^2 + x - 4x^2 - 8x - 2) = \\ &= 4x^2 - 12x + 9 - (2x^3 - 7x - 2) = 4x^2 - 12x + 9 - 2x^3 + 7x + 2 = -2x^3 + 4x^2 - 5x + 11 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 5.-

Solución:

$$\begin{aligned} (x^2 - 2x + 3)(2x + 1) - (4x - 1)^2 &= (2x^3 + x^2 - 4x^2 - 2x + 6x + 3) - (16x^2 - 8x + 1) = \\ &= 2x^3 - 3x^2 + 4x + 3 - 16x^2 + 8x - 1 = 2x^3 - 19x^2 + 12x + 2 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 6.-

Solución:

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } \quad 4x^3 - 2x^2 + 5x + 3 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 2 \\ 4x - 2 \end{array} \right. \\
 \underline{-4x^3} \\
 -2x^2 + 13x + 3 \\
 \underline{2x^2} \\
 13x - 1
 \end{array}$$

Cociente = $4x - 2$
 Resto = $13x - 1$

b) Aplicamos la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 & 1 & -3 & 2 & 0 & 5 \\
 -1 & & -1 & 4 & -6 & 6 \\
 \hline
 & 1 & -4 & 6 & -6 & 11
 \end{array}$$

Cociente = $x^3 - 4x^2 + 6x - 6$
 Resto = 11

Ejercicio nº 7.-

Solución:

$$\begin{array}{r}
 \text{a) } \quad 2x^5 - 3x^4 + 2x^2 - x + 1 \quad \left| \begin{array}{l} x^2 + 2 + 1 \\ 2x^2 - 3x + 4 \end{array} \right. \\
 \underline{-2x^5} - 2x^2 \\
 -3x^4 + 4x^3 - 2x^2 - x + 1 \\
 \underline{3x^4} + 3x \\
 4x^3 - 6x^2 + 2x + 1 \\
 \underline{-4x^3} - 4 \\
 -6x^2 + 10x - 3
 \end{array}$$

Cociente = $2x^2 - 3x + 4$
 Resto = $-6x^2 + 10x - 3$

b) Aplicamos la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 2 & 0 & -3 & 0 & 2 & -1 \\
 -2 & & -4 & 8 & -10 & 20 & -44 \\
 \hline
 & 2 & -4 & 5 & -10 & 22 & -45
 \end{array}$$

Cociente = $2x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 10x + 22$
 Resto = -45

Ejercicio nº 8.-

Solución:

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} 2x^4 + 7x^3 + 3x^2 - 1 \\ -2x^4 - 4x^2 \\ \hline -7x^3 - x^2 - 1 \\ 7x^3 + 14x \\ \hline -x^2 + 14x - 1 \\ x^2 + 2 \\ \hline 14x + 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x^2 + 2 \\ 2x^2 - 7x - 1 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\text{Cociente} = 2x^2 - 7x - 1$$

$$\text{Resto} = 14x + 1$$

b) Aplicamos la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -3 & 0 & 6 & 1 & -2 \\ 1 & & -3 & -3 & 3 & 4 \\ \hline & -3 & -3 & 3 & 4 & 2 \end{array}$$

$$\text{Cociente} = -3x^3 - 3x^2 + 3x + 4$$

$$\text{Resto} = 2$$

Ejercicio nº 9.-

Solución:

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} -2x^4 + 3x^3 - 2x + 3 \\ 2x^4 - 4x^3 + 4x^2 \\ \hline -x^3 + 4x^2 - 2x + 3 \\ x^3 - 2x^2 + 2x \\ \hline 2x^2 + 3 \\ -2x^2 + 4x - 4 \\ \hline 4x - 1 \end{array} \quad \left| \begin{array}{r} x^2 - 2x + 2 \\ -2x^2 - x + 2 \end{array} \right. \end{array}$$

$$\text{Cociente} = -2x^2 - x + 2$$

$$\text{Resto} = 4x - 1$$

b) Aplicamos la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & -1 & 0 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & & 2 & -4 & 4 & -6 \\ \hline & -1 & 2 & -2 & 3 & -4 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Cociente} &= -x^3 + 2x^2 - 2x + 3 \\ \text{Resto} &= -4 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 10.-

Solución:

$$\begin{array}{r} \text{a) } \begin{array}{r} 5x^4 + x^3 - 2x^2 + 1 \\ -5x^4 + 15x^3 - 5x^2 \end{array} \quad \left| \begin{array}{l} x^2 - 3x + 1 \\ 5x^2 + 16x + 41 \end{array} \right. \\ \hline \begin{array}{r} 16x^3 - 7x^2 + 1 \\ -16x^3 + 48x^2 - 16x \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 41x^2 - 16x + 1 \\ -41x^2 + 123x - 41 \end{array} \\ \hline 107x - 40 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Cociente} &= 5x^2 + 16x + 41 \\ \text{Resto} &= 107x - 40 \end{aligned}$$

b) Aplicamos la regla de Ruffini:

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 5 & -1 & 0 & 2 & -1 \\ -2 & & -10 & 22 & -11 & 84 \\ \hline & 5 & -11 & 22 & -42 & 83 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{Cociente} &= 5x^3 - 11x^2 + 22x - 42 \\ \text{Resto} &= 83 \end{aligned}$$

Ejercicio nº 11.-

Solución:

a) $9x^2 - 24x + 16 = (3x - 4)^2$

b) $64x^2 - 25 = (8x + 5)(8x - 5)$

Ejercicio nº12.-

Solución:

a) $x^6 - 6x^5 + 9x^4 = x^4(x^2 - 6x + 9) = x^4(x - 3)^2$

b) $12x^3 - 75x = 3x(4x^2 - 25) = 3x(2x + 5)(2x - 5)$

Ejercicio nº 13.-

Solución:

a) $16x^2 - 40x + 25 = (4x - 5)^2$

b) $9x^2 - 64 = (3x + 8)(3x - 8)$

Ejercicio nº 14.-

Solución:

a) $4x^4 - 4x^3 + x^2 = x^2(4x^2 + 4x + 1) = x^2(2x + 1)^2$

b) $5x^3 - 80x = 5x(x^2 - 16) = 5x(x + 4)(x - 4)$

Ejercicio nº 15.-

Solución:

a) $25x^5 - 10x^4 + x^3 = x^3(25x^2 - 10x + 1) = x^3(5x - 1)^2$

b) $28x^3 - 7x = 7x(4x^2 - 1) = 7x(2x + 1)(2x - 1)$

Ejercicio nº 16.-

Solución:

a) $P(-1) = 2 + 1 + 3 - 6 = 0$

b) Sí. Por el teorema del resto, sabemos que el resto de la división $P(x) : (x + 1)$ coincide con $P(-1)$. En este caso $P(-1) = 0$; por tanto, $P(x)$ es divisible entre $x + 1$

Ejercicio nº 17.-

Solución:

Utilizamos la regla de Ruffini:

| | | | | | |
|---|---|---|----|----|--|
| | 1 | 0 | -3 | 2 | |
| 1 | | 1 | 1 | -2 | |
| | 1 | 1 | -2 | 0 | |
| 1 | | 1 | 2 | | |
| | 1 | 2 | 0 | | |

$$x^3 - 3x + 2 = (x - 1)^2 (x + 2)$$

Ejercicio nº 18.-

Solución:

a) Sacamos factor común y utilizamos que $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$:
 $x^4 - 2x^3 + x^2 = x^2 (x^2 - 2x + 1) = x^2 (x - 1)^2$

b) Utilizamos la regla de Ruffini:

| | | | | |
|---|---|----|----|----|
| | 1 | -4 | 1 | 6 |
| 2 | | 2 | -4 | -6 |
| | 1 | -2 | -3 | 0 |
| 3 | | 3 | 3 | |
| | 1 | 1 | 0 | |

$$x^3 - 4x^2 + x + 6 = (x - 2) (x - 3) (x + 1)$$

Ejercicio nº 19.-

Solución:

a) Sacamos factor común y utilizamos que $a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$:
 $x^3 + 2x^2 + x = x (x^2 + 2x + 1) = x(x + 1)^2$

b) Utilizamos la regla de Ruffini:

| | | | | |
|----|---|----|-----|-----|
| | 1 | 7 | 7 | -15 |
| 1 | | 1 | 8 | 15 |
| | 1 | 8 | 15 | 0 |
| -3 | | -3 | -15 | |
| | 1 | 5 | 0 | |

$$x^3 + 7x^2 + 7x - 15 = (x - 1) (x + 3) (x + 5)$$

Ejercicio nº 20.-

Solución:

a) Aplicamos la regla de Ruffini:

| | | | | | |
|---|---|----|---|---|--|
| | 4 | -8 | 3 | 1 | |
| 2 | | 8 | 0 | 6 | |
| | 4 | 0 | 3 | 5 | |

Cociente = $4x^2 + 3$

Resto = 5

b) Por el teorema del resto, sabemos que $P(2) = 5$.

Ejercicio nº 21.-

Solución:

a) Sacamos factor común y tenemos en cuenta que $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$:

$$2x^4 - 18x^2 = 2x^2(x^2 - 9) = 2x^2(x + 3)(x - 3)$$

b) Utilizamos la regla de Ruffini:

| | | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|--|
| | 1 | -1 | -1 | -1 | -2 | |
| -1 | | -1 | 2 | -1 | 2 | |
| | 1 | -2 | 1 | -2 | 0 | |
| 2 | | 2 | 0 | 2 | | |
| | 1 | 0 | 1 | 0 | | |

$$x^4 - x^3 - x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)(x^2 + 1)$$

(El polinomio $x^2 + 1$ no tiene raíces reales).