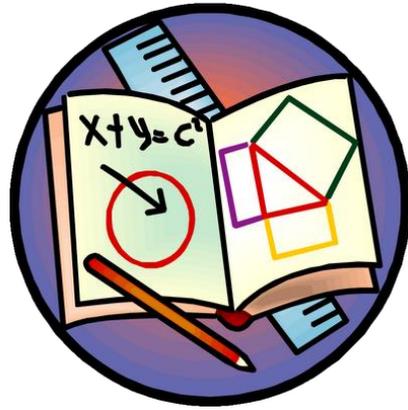


TRABAJO

DE

VERANO

MATEMATICAS 4º ESO OP.A



EL NÚMERO REAL

1.- Expresa con un número razonable de cifras significativas:

- a) Asistentes a un concierto: 25 352 personas.
- b) Premio que dan en un concurso: 328 053 €.
- c) Peso de un grano de arroz: 0'04527 gramos.

2.- Calcula los errores absoluto y relativo de cada una de las aproximaciones del ejercicio anterior.

3.- Expresa en notación científica:

- a) 76 800 000
- b) 0'00078
- c) -0'000004327

4.- Clasifica los siguientes números como naturales, enteros, racionales e irracionales:

- a. $-4\sqrt{3}; \frac{3}{4}; \sqrt{3}; 2\sqrt{7}; -2; \sqrt{16}$
- b. $\sqrt{31}; \sqrt{25}; \sqrt[3]{27}; \sqrt{\frac{4}{9}}; -\frac{3}{4}; -2$

5. Opera:

a) $|-6 + 12 : (-2)^2 - 5 \cdot (-5 + 2^2)^3 : 5| =$

b) $|-1 - 2^2 \cdot (-4 - 3) + 2 \cdot (-9 + 8)^{13}| =$

$$-\frac{3}{4} : \left(1 + \frac{3}{5}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) : \left(1 - \frac{1}{5}\right) =$$

$$\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{2} - \frac{4}{3} : \frac{7}{5} + \frac{12}{5} =$$

$$\frac{1\hat{3} - 0\hat{8}3}{\left(5^2 + \frac{2}{5}\right) \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^{-1} - \left(\frac{-1}{5}\right)^0} =$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} : \left(\frac{1}{25}\right)^{-2} = \frac{45^2 \cdot 35^{-4} \cdot 12^3}{20^4 \cdot 30^{-2} \cdot 42^3} =$$

$$\left[\left(\frac{2}{7}\right)^{-4} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^3 : \left(\frac{7}{2}\right)^6\right]^{-2} = \frac{(2^3)^{-1} \cdot 5^3 \cdot 7^2 \cdot 8}{7^3 \cdot 5^2 \cdot 2^0} =$$

5.- Opera y expresa el resultado en notación científica:

- a) $(3 \cdot 10^5) + (6 \cdot 32 \cdot 10^6) + (5 \cdot 91 \cdot 10^3) =$
- b) $(1'04 \cdot 10^{-2}) - (3'5 \cdot 10^{-3}) =$
- c) $(6 \cdot 10^7) + (8'4 \cdot 10^5) - (9'42 \cdot 10^6) =$
- d) $(-7'2 \cdot 10^2) \cdot (8'04 \cdot 10^{-4}) =$
- e) $(3'67 \cdot 10^{-5}) : (4 \cdot 10^2) =$
- f) $(7'4 \cdot 10^4) : (2'5 \cdot 10^{-4}) =$

6.- Expresa en forma de intervalo y representa:

- a) $3 \leq x < 11$
- b) $-4 < x$
- c) $-2 < x < 1$
- d) $x \geq 5$
- e) $-8 \leq x \leq -4$
- f) $x < -1$

7.- Expresa en forma de desigualdad y representa los siguientes intervalos:

- a) $(-2, 0)$
- b) $[3, 11)$
- c) $(-\infty, 4]$
- d) $[-6, 3]$
- e) $(2, +\infty)$

8.- Expresa en forma exponencial y simplifica cuando sea posible:

- a) $\sqrt{7}$
- b) $\sqrt{5^3}$
- c) $\sqrt[4]{25}$
- d) $\sqrt[3]{2^2}$
- e) $\sqrt{4^3}$
- f) $\sqrt[5]{3^4}$

9.- Sacar del radical los factores que sea posible:

- a) $\sqrt{2^3 \cdot 3 \cdot 5^2}$
- b) $\sqrt{120}$
- c) $\sqrt[3]{144}$
- d) $\sqrt[4]{64 \cdot a^3 \cdot b^4}$
- e) $\sqrt{72 \cdot a^5 \cdot b^3 \cdot c}$
- f) $\sqrt{45 \cdot x \cdot y^6}$

10.- Calcula y simplifica:

- a) $\sqrt[3]{(a^2 \cdot b^3)^2}$
- b) $\sqrt[3]{4}$
- c) $(\sqrt{12})^3$
- d) $\left(\sqrt[3]{4100}\right)^2$
- e)

$$(1 + \sqrt{3}) - (1 - \sqrt{3})^2$$

- 11.- Racionaliza: a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{3}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{2}{\sqrt{6}}$ d) $\frac{3}{\sqrt[3]{2}}$ e) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt[3]{4}}$

12.- Calcula:

- a) $2^5\sqrt{5} + 8^5\sqrt{5} - 3^5\sqrt{5}$
- b) $\sqrt{18} + 2\sqrt{50} - 5\sqrt{8}$
- c) $\sqrt[4]{32} + 3\sqrt[4]{162} - 3\sqrt[4]{1250}$

13.- Me he comprado en las rebajas una chaqueta por 24 €. Si estaba rebajada un 40%, ¿cuál era el precio de la chaqueta antes de la rebaja?

14.- Durante el presente curso un instituto tiene un 8% menos de alumnos que el curso anterior, en el que tenía 450 alumnos. ¿Cuántos alumnos hay este curso?

15.- En el instituto, 5/8 de los alumnos eligen taller de matemáticas, el 48,5% están en cultura clásica y 9 de cada 16 alumnos se adscriben a Sociedad, cultura y religión. ¿Cuál es la materia preferida por los alumnos?

16.- El precio de la vivienda subió el año pasado un 4% y este bajó un 2%. ¿Cuál es ahora el precio de un piso que antes de la primera subida valía 144000 euros?

POLINOMIOS Y FRACCIONES ALGEBRAICAS

1.- Dados los polinomios:

$$P(x) = x^7 - 2x^6 + 3x^5 - 4x^3 - 2x \quad Q(x) = x^6 - 2x^5 + 3x^3 - 2x + 1$$

$$R(x) = x^2 - 4x + 3 \quad S(x) = x - 2$$

Calcula:

a) $[P(x) - R(x)] - [Q(x) - S(x)]$ b) $P(x) \cdot Q(x)$

c) $P(x) : R(x)$ d) $Q(x) : S(x)$ por Ruffini.

e) Calcula el valor numérico de los polinomios para $x=1$ y $x=-1$

2.- Opera y simplifica:

a) $2(x^2 - x - 1) - (x - 2)(4x - 6)$

b) $6x^3 - 3x(4 - 2x - x^2) + 5x(x - 3)$

c) $(2x - 3)^2 + (1 - x)(x + 1) - (3x^2 + 2x - 5)$

d) $\frac{3x(x-2)}{2} - x(4x-1) + \frac{4(2-x)}{3}$

e) $(x+1)^2 - \frac{3(2x+3)}{4} + \frac{(x-2)(x+2)}{2}$

2.- Halla el cociente y el resto en las siguientes divisiones:

a) $(2x^3 - 7x^2 - 13x) : (2x + 3)$

b) $(2x^4 - 3x^3 + 6x - 8) : (x^2 - 2)$

c) $(5x^4 - 2x^3 + 3x - 1) : (x^2 - 2x + 3)$

d) $(2x^4 + 6x^3 - 5x^2 - 10x + 2) : (2x^2 - 4)$

3.- Aplica la regla de Ruffini para hallar el cociente y el resto en las siguientes divisiones:

a) $(5x^3 + 4x^2 - 3x - 1) : (x - 2)$

b) $(2x^3 - 3x^2 - 11x + 2) : (x - 3)$

c) $(x^4 - 5x^2 + x - 2) : (x + 2)$

d) $(3x^5 - 15x^4 - x^2 - x + 30) : (x - 5)$

4.- Calcula ordenadamente:

a) $4x - x(2x + 3) =$

b) $2(x^2 - x - 1) - (4x - 6) =$

c) $6 - 3(4 - 2x) + 5x(x - 3) =$

d) $8x + (1 - x)(x + 1) - (3x^2 + 2x - 5) =$

$$(2 - 3x)^2 + (3 + 5x)^2 - (4 - 2x)^2 =$$

$$(3a - b)^2 - (3a + b)^2 + (a - b)^2 =$$

$$3x \cdot (2 - x)^2 + (3 - 5x) \cdot (x - 1)^2 + (x - 4) \cdot (x + 2)^2 =$$

$$\left(\frac{1}{3}x + y^2\right)^2 - \left(\frac{2}{3}x - y^2\right)^2 - \left(y^2 - \frac{3}{4}x\right)^2 =$$

$$2ab - \left(\frac{3}{2}a + b\right)^2 + \frac{3}{5}a^2 + \frac{2}{3}b^2 =$$

5.- Saca factor común cuando sea posible y utiliza las identidades notables para factorizar estos polinomios:

a) $9x^5 - 6x^4 + x^3$

b) $5x^3 - 5x$

c) $4x^4 - 12x^2 + 9$

d) $3x^2 + 30x + 75$

e) $9x^3 + 24x^2 + 16x$

6.- Descompón factorialmente los siguientes polinomios:

a) $2x^2 + 4x - 6$

b) $2x^2 + 7x - 4$

c) $2x^4 - 6x^3 - 6x^2$

d) $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$

e) $2x^4 - 5x^3 - x^2 + 6x$

f) $x^4 - 3x^3 - 19x^2 + 27x + 90$

g) $x^5 - x^4 - x^3 - x^2 - 2x$

ECUACIONES, INECUACIONES Y SISTEMAS

1.- Resuelve:

a) $\frac{71}{2} - 3x = \frac{5x+2}{9} - \frac{2x+1}{6}$

b) $\frac{3(x-2)}{4} - \frac{2x-5}{3} = 2 - \frac{2(1-x)}{3}$

c) $2x(x-1) - 3(x-5) = x(x+5) - 9$

d) $(2x+1)^2 = 1 + (x+1)(x-1)$

e) $2x+3(x-4)^2 = 37 + (x+3)(x-3)$

f) $x^3 - 12x^2 + 41x - 30 = 0$

2.- Resuelve ordenadamente. Recuerda comprobar las soluciones.

a) $\sqrt{x^2+7} = 2x+2$

b) $2 - \sqrt{x-3} = x-7$

c) $2 - \sqrt{4x-5} = 2x$

d) $\sqrt{x^2 - 7} = \frac{x}{2} - 1$ e) $\frac{1}{x+2} - \frac{2+x}{x} = -\frac{7}{4}$

3.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones lineales utilizando el método que prefieras para cada apartado, aunque deberás utilizar al menos una vez cada método.

a) $\begin{cases} 2x + y = 3 \\ x - 3y = -2 \end{cases}$ b) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ -4x + 3y = -7 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 5(x + 2y) = 1 + 3y \\ 3(x - y - 4) = 5 + y \end{cases}$ d) $\begin{cases} x - \frac{3}{4}y = -1 \\ 2x = 5y - 9 \end{cases}$

4.- Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales.

a) $\begin{cases} x - y = 1 \\ xy - 4y + 2 = 0 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2 + 2y = 5 \\ xy = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x(x - 3) = -2 \\ x^2 - y = 3 \end{cases}$ d) $\begin{cases} 2x^2 - 3y^2 = 5 \\ xy = 12 \end{cases}$

5.- Resuelve las siguientes inecuaciones y sistemas, y representa su solución:

a) $2(x - 3) + 4x \leq 3 - (2 - 5x)$
 b) $x^2 + 5x - 2 > 4x + x(x - 1) + 10$
 c) $5 - \frac{x}{6} \leq \frac{x}{3} + \frac{x}{2}$
 d) $2x - \frac{3x+1}{3} > 2(3x - 2)$
 e) $\frac{71}{2} - 3x < \frac{5x+2}{9} - \frac{2x+1}{6}$
 f) $\begin{cases} 2x - 1 < 0 \\ x + 3 \geq 1 \end{cases}$
 g) $\begin{cases} \frac{x}{2} + 1 > 4 \\ 3(x - 1) \geq 5x \end{cases}$

6.- El lado desigual de un triángulo isósceles mide 8 cm y la altura sobre este lado mide 1 cm menos que otro de los lados del triángulo. Calcula la longitud de dicho lado.

En un rectángulo de base 70m. y altura 30m. se disminuyen 10m la base ¿Cuánto debe aumentar la altura para que resulte la misma superficie?

El tronco de un gato mide de largo $\frac{1}{2}$ de su longitud total y la cabeza mide igual que la cola, 6cm. ¿Cuánto mide el gato?

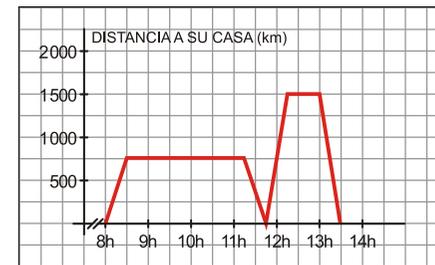
La valla del patio rectangular de un colegio mide 3600m. Si su largo es el doble que su ancho, ¿cuáles son las dimensiones del patio?

10.- Los libros de Historia de una biblioteca son el doble que los de matemáticas y física juntos. Y el triple que los de matemáticas menos los de física. De física hay 15 libros. ¿Cuántos libros hay en la biblioteca? ¿Cuántos son de matemáticas? ¿Cuántos son de historia?

FUNCIONES ELEMENTALES I

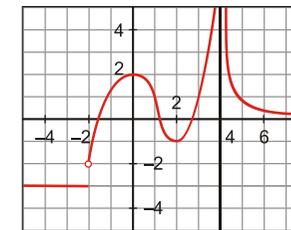
1.- Pablo salió de su casa a las 8 de la mañana para ir al instituto. En el recreo, tuvo que volver a su casa para ir con su padre al médico. La siguiente gráfica refleja la situación:

- a) ¿A qué hora comienzan las clases y a qué hora empieza el recreo?
- b) ¿A qué distancia de su casa está el instituto? ¿Qué velocidad lleva cuando va a clase?
- c) ¿A qué distancia de su casa está el consultorio médico? ¿Qué velocidad llevan cuando se dirigen allí?
- c) ¿Cuánto tiempo ha estado en clase? ¿Y en el consultorio médico?



2.- Dada la función a través de la siguiente gráfica:

- a) Indica cuál es su dominio de definición.
- b) ¿Es continua? Si no lo es, indica los puntos de discontinuidad.
- c) ¿Cuáles son los intervalos de crecimiento y cuáles los de decrecimiento de la función? ¿Qué ocurre en el intervalo $(-\infty, -2]$?



3.- Representa gráficamente una función, f, que cumpla las siguientes condiciones:

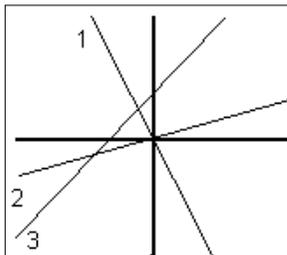
- a) $\text{Dom}(f) = [-5, 6]$
- b) Crece en los intervalos $(-5, -3)$ y $(0, 6)$; decrece en el intervalo $(-3, 0)$.
- c) Es continua en su dominio.
- d) Corta al eje X en los puntos $(-5, 0)$, $(-1, 0)$ y $(4, 0)$.
- e) Tiene un mínimo en $(0, -2)$ y máximos en $(-3, 3)$ y $(6, 3)$.

4.- Construye una gráfica que represente la audiencia de una determinada cadena de televisión durante un día, sabiendo que:

A las 0 horas había, aproximadamente, 0,5 millones de espectadores. Este número se mantuvo prácticamente igual hasta las 6 de la mañana. A las 7 de la mañana alcanzó la cifra de 1,5 millones de espectadores. La audiencia descendió de nuevo hasta que, a las 13 horas, había 1 millón de espectadores. Fue aumentando hasta las 21 horas, momento en el que alcanzó el máximo: 6,5 millones de espectadores. A partir de ese momento, la audiencia fue descendiendo hasta las 0 horas, que vuelve a haber, aproximadamente, 0,5 millones de espectadores.

5.- Representa las siguientes funciones lineales. Indica cuál es la pendiente y la ordenada en el origen de cada una de ellas:

a) $y = 2x - 3$ b) $y = -x + 5$ c) $y = -\frac{1}{4}x - 2$ d) $4x - 2y = 0$



6.- Asocia, razonadamente, cada una de las rectas del margen con su expresión analítica.

a) $y = 0,5x$ b) $y = -3x$ c) $y = x + 3$

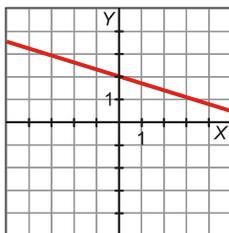
7.- a) Halla la ecuación de la recta que tiene pendiente -3 y que pasa por el punto P(-1,5).

b) Halla la ecuación de la recta que tiene ordenada en el origen 2 y que pasa por el punto P(-2,3).

c) Halla la ecuación de la recta que pasa por los puntos P(3,6) y Q(-1,2).

d) Halla la ecuación de la recta que pasa por el punto P(4,1) y es paralela a la recta $y = -2x - 3$.

e) Halla la ecuación de la recta de la gráfica:



8.- Tres kilos de peras nos han costado 4,5 €; y, por siete kilos, habríamos pagado 10,5 €. Encuentra la ecuación de la recta que nos da el precio total, y , en función de los kilos que compremos, x . Representala gráficamente.

9.- Una empresa A de alquiler de coches cobra 4 € por cada hora. Otra casa B cobra una cantidad fija de 9 € más 3 € por cada hora. Expresa en cada caso el coste en función del número de horas. Haz la representación gráfica de ambas funciones y razona cuándo interesa alquilar un coche en la casa A y cuándo en la casa B.

FUNCIONES ELEMENTALES II

1.- Describe las siguientes funciones cuadráticas y haz un boceto de su gráfica. Realiza un estudio completo de dichas funciones.

a) $y = 4x^2 + 8x - 5$ b) $y = x^2 + 3x - 4$ c) $y = 8 - 2x - x^2$

2.- Representa las siguientes funciones, además calcula los puntos de corte con los ejes de estas funciones.

a) $y = 3/x$ b) $y = 4/x - 5$ c) $y = \sqrt{x+4}$ d) $y = \sqrt{x-2}$ e) $y = 3^x$

f) $y = 4^x$ g) $y = 0,2^x$ h) $y = \begin{cases} x+3 & \text{si } x < -1 \\ 2 & \text{si } -1 \leq x < 4 \\ x^2 - 10 & \text{si } 4 \leq x \end{cases}$

3.- Halla el dominio de las siguientes funciones:

a) $y = \frac{5x-3}{4x-1}$ b) $y = 2^{3x-1}$ c) $y = \sqrt{3x+6}$ e) $y = 2x^4 - 3x^2 + 1$ f) $y = 2 - \frac{3}{x^2 - 3x}$ g) $y = 5^{1/x}$

4.- Calcula el vértice y el eje de simetría de las siguientes parábolas. Dibújalas, obteniendo previamente algún par de puntos homólogos respecto a dicho eje.

a) $y = x^2 - 6x + 8$ b) $y = -x^2 + 5x - 6$

5.- Representa gráficamente estas funciones definidas a trozos y estudia su continuidad

1) $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{si } x \neq 0 \\ 1 & \text{si } x = 0 \end{cases}$

2) $f(x) = \begin{cases} -3 & \text{si } x < -2 \\ 2x+1 & \text{si } x \geq -2 \end{cases}$

3) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x > 0 \\ 2x-1 & \text{si } x < -1 \end{cases}$

4) $f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } x < 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \\ 2x+1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

5) $f(x) = \begin{cases} 2x-1 & \text{si } x < 0 \\ 1-x & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2x+3 & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

6) $f(x) = \begin{cases} x^2+4 & \text{si } x > 0 \\ x^2-5x & \text{si } x < 0 \end{cases}$

7) $f(x) = \begin{cases} x^2-6x & \text{si } x < 1 \\ x-1 & \text{si } 1 < x < 2 \\ x^2-9 & \text{si } x > 2 \end{cases}$

Alicia va al colegio en autobús y Antonio en bicicleta. Alicia siempre coge el autobús de las ocho menos veinticinco y para en el colegio a las 8. Aquí ves la gráfica de Antonio en bici y la de Alicia en el autobús:

- ¿Iba hoy el autobús puntual?
- El autobús ha parado varias veces por el camino ¿Cómo lo puedes ver en la gráfica? ¿Cuántas paradas hizo?
- ¿A qué hora y a qué distancia de la casa de Alicia y Antonio adelantó el autobús a la bici?
- ¿Quién llegó antes a la mitad del camino? ¿cuántos minutos antes?
- ¿Cuántos km le quedaban a Antonio cuando Alicia llegó al cole?
- ¿A qué hora, aproximadamente, llevaba más ventaja Alicia?
- ¿A qué hora la ventaja de Alicia era exactamente de un kilómetro?

